

可减少条带数的矩形件二维下料算法

覃广荣¹, 丘刚玮¹, 王 坤², 吕圣林¹

(1. 广西农业职业技术大学 信息与机电工程系, 广西 南宁 530007; 2. 四川信息职业技术学院 信息工程系, 四川 广元 628017)

摘要: 从板材上切割矩形件的过程通常包含两个阶段: 第1阶段用大型刀具将板材切成条带; 第2阶段用小型刀具将条带切成所需要的矩形件。第1阶段的切割成本随着下料方案中条带数的增加而增加。针对矩形件二维下料问题, 提出一种可减少条带数的下料算法, 其优化目标是 최소화 材料成本和切割成本之和。首先, 建立该问题的整数线性规划模型; 然后, 构造T型排样算法生成矩形件在单张板材上的排样方式; 最后, 采用列生成算法调用T型排样算法迭代构造下料方案。实验结果表明, 该算法在维持较高板材利用率的同时, 可大幅度减少下料方案的条带数。

关键词: 二维下料; T型排样算法; 列生成算法; 整数线性规划模型; 矩形件

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.01.009

中图分类号: TP391 文献标志码: A 文章编号: 1000-3940 (2022) 01-0063-06

Two-dimensional blanking algorithm reducing the number of strips for rectangular parts

Qin Guangrong¹, Qiu Gangwei¹, Wang Kun², Lyu Shenglin¹

(1. Department of Information and Electromechanical Engineering, Guangxi Agriculture Vocational and Technical University, Nanning 530007, China; 2. Department of Information Engineering, Sichuan Institute of Information Technology, Guangyuan 628017, China)

Abstract: The process of cutting rectangular parts from sheets usually consists of two stages. In the first stage, the sheets are cut into strips by large cutter, and in the second stage, the strips are cut into rectangular parts needed by small cutter. However, the cutting cost of the first stage increases with the increasing of the number of strips in the cutting scheme. Therefore, for the two-dimensional blanking problem of rectangular parts, a blanking algorithm reducing the number of strips was proposed, and the optimization goal was to minimize the sum of material cost and blanking cost. Firstly, the integer linear programming model of the problem was established, and the T-shape layout algorithm was constructed to generate the layout method of rectangular parts on a single sheet. Finally, the blanking scheme was iteratively constructed by using the column generation algorithm to call the T-shape layout algorithm. The results of experiment show that the algorithm can greatly reduce the number of strips in the blanking scheme while maintaining a high utilization rate of sheet.

Key words: two-dimensional blanking; T-shape layout algorithm; column generation algorithm; integer linear programming model; rectangular parts

讨论矩形件二维下料 (Two Dimensional Cutting Stock of Rectangular Parts, TDCSR) 问题: 用指定尺寸的库存板材切割出若干种已知尺寸和数量的矩形件, 使得生产成本最小化。该问题出现在多种制造业领域, 譬如, 金属制品业需要用金属板材切割出矩形件用以生产各种金属制品^[1]。好的下料算法可

以降低生产成本^[2-4]。生产成本主要包括材料成本和切割加工成本。

一般采用两个阶段将板材切割成矩形件: 第1阶段用大型刀具将板材剪切成条带; 第2阶段用小型刀具将条带切割成矩形件。若每刀在板材上切下一根条带, 则第1阶段的切割成本与条带数成正比。第2阶段的切割成本取决于矩形件的数量。因此, 减少下料方案中的条带数可以减少切割成本, 从而降低生产成本。

目前, 大部分下料算法将 최소화 材料成本作为唯一目标, 也有少部分算法考虑其他优化目标^[5-6]。多目标下料算法一般将材料成本作为主要优化目标, 将其他成本作为辅助优化目标。

第1个辅助目标是安装最小化, 该目标一般出

收稿日期: 2021-01-07; 修订日期: 2021-04-12

基金项目: 广西农业科技项目 (YKJ1929, Z2019102); 教育部新一代信息技术创新项目 (2020ITA03027)

作者简介: 覃广荣 (1980-), 男, 硕士, 讲师

E-mail: grqnz1@163.com

通信作者: 吕圣林 (1980-), 男, 学士, 副教授

E-mail: lslnyg@163.com

现在一维下料问题中,即用指定尺寸的线材切割出若干种指定尺寸和数量的零件,使得生产成本最小。下料问题的解是一个下料方案,它由一组排样方式按照一定的使用次数组合而成。安装最小化是必要的,因为切割机一般具有多个刀片,在切割每个排样方式之前,必须安装好各个刀片的位置。针对安装最小化问题,目前已有精确算法和启发式算法。文献[7]提出了二次整数规划模型,并采用列生成算法求解,其中子问题是一个非线性整数规划,它可以分解为多界整数背包问题。由于安装最小化是一个 NP 难问题,精确算法无法在合理的时间内求解大规模问题。故大部分文献算法都是启发式算法,例如顺序启发式算法^[8]、两阶段算法^[9]、混合算法^[10]、约简算法^[11]。

第 2 个辅助目标是开堆最小化。相同类型的成品零件形成 1 个堆。当切割出某种类型的第 1 个零件时,打开 1 个堆;当这种零件全部切割出后,关闭该堆。由于物理空间限制,不允许过多的堆同时处于打开状态。当物理空间不够时,需要移除 1 个未完成的堆,以使 1 个新堆得以打开;当要切割包含上述未完成堆零件的排样方式时,需要再次返回上述未完成堆。开堆最小化,有助于减少移除和返回所对应的操作成本。文献[12]建立了开堆最小化的整数线性规划模型,采用拉格朗日法求解。用一种改进的次梯度法求解对偶问题,并用启发式方法生成上界。文献[13]提出了一个顺序价值校正算法,该算法迭代构造多个下料方案,并从以前的下料方案中提取一些信息生成下一个下料方案。验证了该算法在减少材料浪费方面的有效性后,进一步将该算法扩展到限制开堆数。

第 3 个辅助目标是将剩余材料累积在一个或少数几个排样方式中,使得存在大块剩余材料,以便在将来使用。当一个剩余材料的尺寸大于预设的门槛值时被称为可用余料。文献[14]的混合算法假设余料的门槛值尺寸为零件的最大长度,并且下料方案中只允许出现一个可用余料。该算法由两个子程序组成,第 1 个子程序为线性规划,第 2 个子程序为顺序启发式。目的是使废料最小化,并将剩余材料累积到最后一个排样方式中。

目前,尚未有将条带数最少作为辅助目标。本文讨论 TDCSR 问题,将材料成本最小作为主要目标,将条带数最少作为辅助目标,综合考虑下料方案的材料成本和切割成本。首先建立该问题的整数线性规划模型,然后构造 T 型排样算法得到矩形件

在单张板材上的排样方式,最后采用列生成算法迭代调用 T 型排样算法生成下料方案。

1 问题的数学模型和算法框架

可减少条带数的矩形件二维下料问题 (Two Dimensional Cutting Stock Problem of Rectangular Parts with Strips Reducing, TDCSRSR): 用尺寸为 $L \times W$ (L 为长度, W 为宽度) 的板材切割出 m 种矩形件, 其中, 第 i 种矩形件的尺寸为 $l_i \times w_i$, 需求量为 d_i , $i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 优化目标是生产成本最小。生产成本等于板材成本与条带切割成本之和。

假设条带、段、板材的尺寸均为整数, 该假设是合理的。这是由于矩形件和板材的尺寸一般是以毫米或半毫米为最小单位, 即其尺寸必定是毫米或半毫米的整数倍, 故相应的条带和段的尺寸也必定可表示为整数形式。

本文为 TDCSRSR 建立如下的整数线性规划模型。

$$\begin{aligned} \min z &= CX \\ \text{s. t. } &\begin{cases} [G_1, G_2, \dots, G_n]X \geq D \\ j = 1, 2, \dots, n \\ G_j \text{ 是一个可行的排样方式} \\ X \text{ 的所有元素均为非负整数} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: z 为目标函数值; C 为板材成本向量, $C = [c_1, c_2, \dots, c_n]$; n 为下料方案包含的排样方式的个数; c_j 为第 j 种板材的成本, $c_j = U_c + \alpha N_j$; U_c 为板材的单价, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$; α 为从板材上切下一根条带所需的切割成本; N_j 为排样方式 j 的条带数; X 为下料方案, $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$; x_j 为下料方案包含排样方式 j 的个数; G_j 为第 j 个排样方式, $G_j = [g_{1j}, g_{2j}, \dots, g_{mj}]^T$; g_{ij} 为排样方式 j 包含矩形件 i 的个数; $D = [d_1, d_2, \dots, d_m]^T$; d_i 为矩形件 i 的需求量, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$; m 为矩形件的种数。

令矩阵 $G = [G_1, G_2, \dots, G_n] = [g_{ij}]_{m \times n}$ 。则上述模型式 (1) 可以变形为:

$$\begin{aligned} \min z &= CX \\ \text{s. t. } &\begin{cases} GX \geq D \\ j = 1, 2, \dots, n \\ G \text{ 中排样方式均为可行的排样方式} \\ X \text{ 的所有元素均为非负整数} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

模型式 (2) 对应的线性规划形式为:

$$\begin{aligned} \min z &= CX \\ \text{s. t. } &\begin{cases} GX \geq D \\ j = 1, 2, \dots, n \\ G \text{ 中排样方式均为可行的排样方式} \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

精确求解整数规划模型由于需要耗费大量的计算时间，故在实际应用中不太现实，尤其是对于大规模下料问题。本文求解整数规划模型的线性形式得到线性解，然后对线性解进行向上取整操作，得到整数规划模型的近似最优解。这样做是可行的，因为对于大多数下料问题而言，每种矩形件的平均需求量是非常大的。模型式(3)的解包含 m 种排样方式，即 $n=m$ ， G 为 m 行 m 列非奇异矩阵。

下料算法包含如下步骤：

步骤1：确定初始可行解。初始时，令 G 为单位矩阵，初始可行解 $X=D$ ，即排样方式 j 中仅包含一个矩形件且为第 j 种矩形件， $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ 。

步骤2：计算得到当前的矩形件价值向量。令 $V=CG^{-1}=[v_1, v_1, \dots, v_m]$ ， V 为当前矩形件价值，其中 v_i 为矩形件 i 的当前单价。

步骤3：生成一个可能改善当前下料方案的排样方式。设当前考察的排样方式 $H=[h_1, h_2, \dots, h_m]^T$ 。它包含 N_H 根条带，元素 h_i 表示矩形件 i 在当前排样方式中的个数， $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ 。依据线性规划理论，如果 $VH - \alpha N_H - U_C > 0$ ，则引进排样方式 H 有可能改善当前下料方案。这里 H 由式(4)确定。

$$z_H = \max \left(\sum_{i=1}^m v_i h_i - \alpha N_H \right) \quad (4)$$

s. t. H 为可行排样方式

式中： z_H 为排样方式 H 的价值。

若 $z_H - U_C > 0$ ，则用 H 替换矩阵 G 的第 j^* 列， j^* 由式 $\min_j \{x_j/y_j \mid y_j > 0, 1 \leq j \leq m\} = x_{j^*}/y_{j^*}$ 确定，其中 $[x_1, x_2, \dots, x_m]$ 是当前下料方案的解， x_j 为当前下料方案中包含第 j 种排样方式的个数， y_j 为上一个下料方案中包含第 j 种排样方式的个数， x_{j^*} 为当前下料方案中包含第 j^* 种排样方式的个数， y_{j^*} 为上一个下料方案中包含第 j^* 种排样方式的个数。令 $c_{j^*} = U_C + \alpha N_H$ ，转步骤2；否则当前下料方案不能被改善，因为已经达到最优线性解。

步骤4：采用文献[15]的圆整方法，对当前线性解进行圆整操作。

模型式(4)表征一个无约束二维排样问题，

即将一张板材切割出矩形件，使得排样方式的价值（包含的矩形件的总价值）最大化，其中对每种矩形件在排样方式中允许出现的次数无约束。本文采用T型排样方式及其生成算法求解模型式(4)。

2 T型排样方式

T型排样方式具有如下特点：每刀可从板材上切下一根条带，切割工艺简单，材料利用率较高。目前在实际生产中的应用比较广泛。相关概念包括条带、段、排样方式。

2.1 条带

如图1所示，一根条带包含一排矩形件，称矩形件从左至右排放的条带为水平条带，称矩形件从下向上排放的条带为竖直条带。水平条带的宽度等于条带中矩形件的最大竖直边长度。竖直条带的宽度等于条带中矩形件的最大水平边长度。

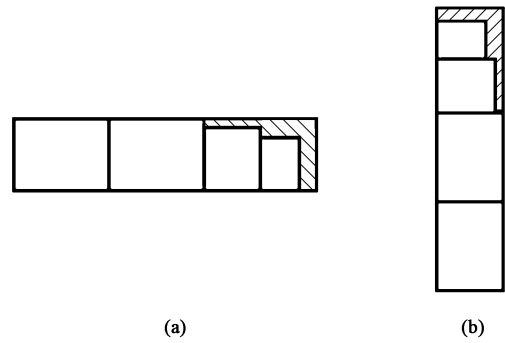


图1 条带

(a) 水平条带 (b) 竖直条带

Fig. 1 Strips

(a) Horizontal strip (b) vertical strip

2.2 段和排样方式

如图2所示，T型排样方式由两个段组成。每个段包含方向相同的条带。称包含水平条带的段为X向段，包含竖直条带的段为Y向段。图2a为X向T型排样方式，它的两个段从左至右水平排列，图2b为Y向T型排样方式，它的两个段从下至上竖直排列。对于X向排样方式，左边的段为X向段，右边的段为Y向段；对于Y向排样方式，下边的段为X向段，上边的段为Y向段。

3 排样算法

本文采用T型排样方式求解第1节的无约束二维排样模型式(4)。将模型式(4)改写为：

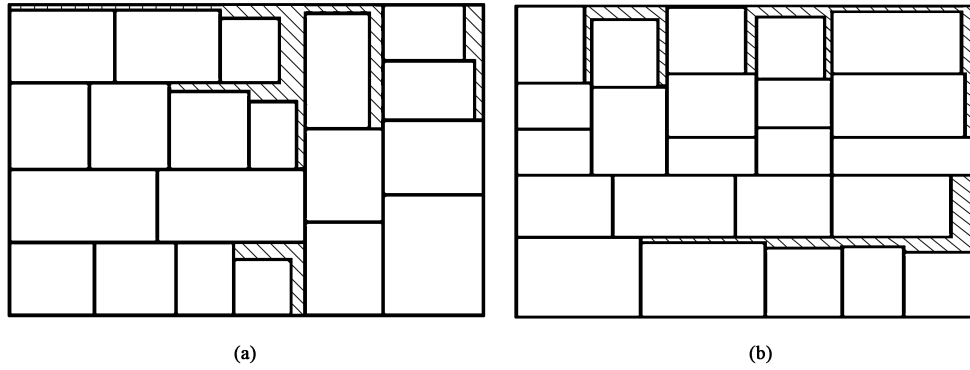


图 2 T 型排样方式

(a) X 向 T 型排样方式 (b) Y 向 T 型排样方式

Fig. 2 T-shape layout methods

(a) T-shape layout method of X-direction (b) T-shape layout method of Y-direction

$$z_H = \max \left(\sum_{i=1}^m v_i h_i - \alpha N_H \right) \quad (5)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} H \text{ 为 T 型排样方式} \\ h_i \text{ 为非负整数} \end{cases}$$

3.1 条带的价值

设尺寸为 $x \times w_i$ (x 为长度, w_i 为宽度) 的水平条带的价值为 $s_X(x, w_i)$, 条带中包含 a_j 个第 j 种矩形件。通过如下模型计算条带的价值。

$$s_X(x, w_i) = \max \sum_{j=1}^m v_j a_j \quad (6)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^m l_j a_j < x \\ w_j \leq w_i, j \in \{1, 2, \dots, m\} \end{cases}$$

式中: v_j 为第 j 种矩形件的价值; l_j 为第 j 种矩形件的长度; w_j 为第 j 种矩形件的宽度。

模型式 (6) 为典型的背包问题模型, 可采用文献 [16] 的动态规划算法求解。对于竖直条带 $y \times l_i$, 同理可求水平条带的价值 $s_Y(y, l_i)$ 。

3.2 段的价值

设 b_k 为段中包含的第 k 种条带的数量。求解如下模型来确定 X 向段 $x \times W$ 的价值。

$$F_X(x, W) = \max \sum_{k=1}^M (s_X(x, w_k) - \alpha) b_k \quad (7)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{k=1}^M w_k b_k \leq W \\ b_k \text{ 为非负整数, } k \in \{1, 2, \dots, M\} \end{cases}$$

式中: $F_X(x, W)$ 为段的价值; M 为条带宽度种数; w_k 为第 k 种矩形件的宽度。

同理, 可通过如下模型确定 Y 向段 $(L-x) \times W$ 的价值 $F_Y(L-x, W)$ 。

$$F_Y(L-x, W) = \max \sum_{k=1}^M (s_Y(W, l_k) - \alpha) b_k \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{k=1}^M l_k b_k \leq L-x \\ b_k \text{ 为非负整数, } k \in \{1, 2, \dots, M\} \end{cases}$$

式中: l_k 为第 k 种矩形件的长度。

模型式 (7)、式 (8) 均为无界背包问题, 可采用文献 [16] 的算法进行求解。

3.3 算法步骤

本文只考虑 X 向 T 型排样方式的生成, 对于 Y 向 T 型排样方式, 可通过交换板材的长宽转化为 X 向 T 型排样方式。本文 T 型排样方式生成算法的步骤如下:

步骤 1: 由 3.1 节内容确定条带的价值和条带中包含的每种矩形件的个数。

步骤 2: 由 3.2 节内容确定 X 向段的价值 $F_X(x, W)$ 和 Y 向段的价值 $F_Y(L-x, W)$ 。

步骤 3: 通过 $z_H = \max_{x \in \{1, 2, \dots, L\}} \{F_X(x, W) + F_Y(L-x, W)\}$, 确定 T 型排样方式的两个段的最优分界线位置 x , 从而确定最优 T 型排样方式。

4 实验计算

用 C++ 语言编程实现本文算法, 在联想个人计算机 (CPU 2.1 GHz, 内存 16 GB) 上进行实验计

算，开发平台为 Visual Studio 2015。

4.1 随机例题

采用文献 [15] 的 20 道随机例题，板材长度和宽度在区间 [1500 mm, 2000 mm] 均匀分布，矩形件种数在区间 [2, 18] 均匀分布，矩形件的长度和宽度在区间 [150 mm, 600 mm] 均匀分布，每种矩形件的需求量在区间 [1000, 20000] 均匀分布。令单张板材的成本 $U_c = LW$ 。

设置每根条带的切割成本为 $\alpha = U_c/\beta$ ，考察不同的 β 值对下料方案的板材利用率的影响。 β 的含义为： β 根条带的切割成本与一张板材的成本相等。例如 $\beta = 1000$ ，表示 1000 根条带的切割成本与一张板材成本相等。 β 的合理取值范围一般在 [100, 10000]，它取决于板材的成本和切割流程的成本（包含机器磨损、机器维修、人力、能源成本），可通过实际生产分析来确定 β 的具体值。文献 [15] 算法不考虑条带切割成本，是本文算法中 $\beta = +\infty$ 时的特例。

表 1 给出了使用不同 β 值的 20 道随机例题的实验结果，其中 E 、 N_c 分别为每道例题下料方案的板材平均利用率和条带数，即 E 等于 20 道例题下料方案的板材利用率之和除以 20， N_c 等于 20 道例题下料方案的条带总数除以 20。本文算法在 $\beta = +\infty$ 时，求解每道例题平均计算时间为 0.56 s，在 β 取其他值时，求解每道例题的平均计算时间不超过 0.9 s。

表 1 β 对板材利用率的影响

Table 1 Influence of β value on utilization rate of sheet

β	$+\infty$	10000	1000	500	200	100	50
$E/\%$	97.36	97.36	97.33	97.25	97.10	97.03	96.81
N_c	25235	24052	23548	19258	16254	14215	12568

首先，考虑 $\beta = +\infty$ 和 $\beta = 10000$ 情形，前种情形由于不考虑条带切割成本，本文算法等同于文献 [15] 的算法；后种情形相当于每根条带的切割成本 α 非常小。从表 1 可以看出，这两种情形下，下料方案具有相同的板材利用率。这说明，本文算法在不降低板材利用率的条件下可以减少条带数。

考虑 $\beta = 500$ 和 $\beta = +\infty$ 的情形，与文献 [15] 的算法相比，下料方案的板材利用率降低了 0.11%（即 97.36% - 97.25%）；然而，条带数减少了 23.69%（即 $(25235 - 19258) / 25235$ ）。这

说明，本文算法在降低少许板材利用率的条件可大幅减少条带数。

表 2 分别给出了 $\beta = +\infty$ 和 $\beta = 500$ 时的具体实验结果。从表 2 中可以看出，与文献 [15] 的算法相比，本文算法下料方案有 14 道例题（用加粗字体显示）的板材利用率非常接近文献 [15] 算法的条件下的板材利用率（板材利用率差距小于 0.1%），条带数大幅减少了；有 2 道例题（例题 5、例题 7）的板材利用率和条带数与文献 [15] 算法的相同；剩余 4 道例题在板材利用率降低 0.31% 的条件下，条带数减少了 22.47%。

表 2 20 道例题的实验结果

Table 2 Experiment results of twenty instances

题号	$\beta = +\infty$		$\beta = 500$	
	$E/\%$	N_c	$E/\%$	N_c
1	97.39	23146	97.31	19658
2	97.89	29531	97.80	18421
3	97.06	24126	96.91	20123
4	97.15	23015	97.13	18524
5	97.26	23459	97.26	23459
6	97.41	27412	97.35	19745
7	97.32	20369	97.32	20369
8	97.17	21059	97.11	18536
9	97.26	25136	97.19	20156
10	97.27	26471	97.05	21089
11	97.42	27135	97.35	22021
12	97.31	29369	97.29	21036
13	97.19	24130	97.16	18601
14	97.52	25687	97.05	17412
15	97.28	27562	97.21	17568
16	97.43	26951	97.34	18341
17	97.48	27051	97.40	17895
18	97.59	24074	97.19	19180
19	97.46	22458	97.38	16152
20	97.30	26561	97.21	16875
平均值	97.36	25235	97.25	19258

4.2 实际生产实例

某金属制品厂需要用 3000 mm × 1500 mm 的板材切割出 10 种矩形件，矩形件的尺寸（mm × mm）分别为 563 × 379、451 × 314、504 × 289、485 × 367、

419×301、577×343、364×209、559×239、538×319 和 532×301, 需求量 (个) 分别为 8000、12000、7500、6500、9000、5000、7000、4000、11000 和 7200。已知每张板材的成本为 450 元, 每根条带的切割成本为 0.45 元。采用本文算法和文献 [15] 算法分别求解下料方案。结果显示, 本文算法下料方案耗费板材 2254 张, 包含 18523 根条带, 板材成本与条带切割成本之和为 1022635 元; 文献 [15] 算法耗费板材 2252 张, 包含 29743 根条带, 板材成本与条带切割成本之和为 1026784 元, 可见本文算法比文献 [15] 算法节省生产成本 4149 元。

5 结语

针对金属制品业中的矩形件二维下料问题, 提出了一种可减少条带数的下料算法。建立了考虑条带切割成本的矩形件二维下料模型, 构造了考虑条带切割成本的 T 型排样算法并采用线性规划的列生成算法调用该排样算法生成下料方案。实验结果表明, 本文算法在不降低下料方案的板材利用率条件下可减少条带数; 在降低少许板材利用率的条件下可大幅度减少条带数。本文算法可以根据实际生产情况灵活设置每根条带的切割成本, 得到更加适用于实践的下料方案。

参考文献:

- [1] 王莉. 矩形件排样问题的遗传模拟退火混合求解算法 [J]. 锻压技术, 2021, 46 (8): 70-76.
Wang L. Genetic simulated annealing hybrid algorithm on layout problem of rectangular part [J]. Forging & Stamping Technology, 2021, 46 (8): 70-76.
- [2] Cui Y, Huang B. Heuristic for constrained T-shape cutting patterns of rectangular pieces [J]. Computers & Operations Research, 2012, 39 (12): 3031-3039.
- [3] Cui Y P, Cui Y, Tang T, et al. Heuristic for constrained two-dimensional three-staged patterns [J]. Journal of the Operational Research Society, 2015, 66 (4): 647-656.
- [4] Velasco A S, Uchoa E. Improved state space relaxation for constrained two-dimensional guillotine cutting problems [J]. European Journal of Operational Research, 2019, 272 (1): 106-120.
- [5] Aktin T, Özdemir R G. An integrated approach to the one-dimensional cutting stock problem in coronary stent manufacturing [J]. European Journal of Operational Research, 2009, 196 (2): 737-743.
- [6] Cui Y, Cui Y P, Zhao Z. Pattern-set generation algorithm for the one-dimensional multiple stock sizes cutting stock problem [J].

Engineering Optimization, 2015, 47 (9): 1289-1301.

- [7] Vanderbeck F. Exact algorithm for minimising the number of set-ups in the one-dimensional cutting stock problem [J]. Operations Research, 2000, 48 (6): 915-926.
- [8] Haessler R W, Sweeney P E. Cutting stock problems and solution procedures [J]. European Journal of Operational Research, 1991, 54 (2): 141-150.
- [9] Foerster H, Wascher G. Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problems [J]. International Journal of Production Research, 2000, 38 (7): 1657-1676.
- [10] Yanasse H H, Limeira M S. A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems [J]. Computers & Operations Research, 2006, 33 (9): 2744-2756.
- [11] Dikili A C, Saröz E, Pek N A. A successive elimination method for one-dimensional stock cutting problems in ship production [J]. Ocean Engineering, 2007, 34 (13): 1841-1849.
- [12] Yanasse H H, Lamosa M J P. An integrated cutting stock and sequencing problem [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 183 (3): 1353-1370.
- [13] Belov G, Scheithauer G. Setup and open-stacks minimization in one-dimensional stock cutting [J]. INFORMS Journal on Computing, 2007, 19 (1): 27-35.
- [14] Gradišar M, Resinovič G, Kljajić M. A hybrid approach for optimization of one-dimensional cutting [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 119 (3): 719-728.
- [15] Cui Y. Generating optimal T-shape cutting patterns for rectangular blanks [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2004, 218 (8): 857-866.
- [16] Kellerer H, Pferschy U, Pisinger D. Knapsack Problems [M]. Berlin: Springer, 2004.

《锻压技术》郑重声明

为充分尊重作者权益, 坚决抵制学术不端行为, 积极倡导优良学风, 努力为学术创新营造良好氛围, 本刊郑重声明: 对一稿多投, 重复发表, 存在署名有争议, 引用他人著述未注明出处, 抄袭、剽窃、弄虚作假, 或以上情况的变相形式等学术不端行为的文章, 坚决拒绝刊登。一经发现, 立即撤稿, 并由本刊视情节轻重给予书面警告、拒绝刊登有其署名的稿件、通知其所在单位等处理。轻者给予 3~5 年不允许刊发其论文的处罚, 情节严重者, 将以适当方式予以公布, 该作者的论文永久不得刊用。

《锻压技术》编辑部