

板料成形

## 二维不规则图形排样问题的一种混合求解算法

杜 冰, 郭晓强, 方 杰, 王 朋, 饶运清

(华中科技大学 数字制造装备与技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 针对二维不规则图形排样问题, 实现了一种基于启发式定位策略与自适应遗传算法的混合排样算法 (AGAHA)。首先, 考虑到单一指标的放置策略容易陷入局部最优的问题, 提出了一种基于临界多边形 (NFP) 的混合放置策略, 综合考虑排样效果的整体紧密度和局部紧密度。之后, 为了提高搜索最优解的效率, 在优化图形的顺序时使用了自适应遗传算法, 在标准遗传算法的基础上, 根据种群适应度的变化, 自适应地改变交叉与变异概率。最后, 利用文献中的标准测试案例和实际生产中的案例分别进行测试, 结果表明: AGAHA 算法在多数案例上较普通遗传算法结合 BL 算法更优, 并且在实际案例中也取得了优于人工排样的结果。

**关键词:** 二维不规则图形排样问题; 混合排样算法; 临界多边形; 混合放置策略; 自适应遗传算法

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.03.006

**中图分类号:** TP391      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-3940 (2022) 03-0039-07

### A hybrid solving algorithm on two-dimensional irregular graphics nesting problem

Du Bing, Guo Xiaoqiang, Fang Jie, Wang Peng, Rao Yunqing

(State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** For the two-dimensional irregular graphics nesting problem, a hybrid nesting algorithm (AGAHA) based on heuristic placement strategy and adaptive genetic algorithm was implemented. Firstly, considering the problem that the placement strategy of a single index was easy to fall into the local optimum, a hybrid placement strategy based on no-fit polygon (NFP) was proposed, which comprehensively considered the overall compactness and local compactness of the nesting effect. Then, in order to improve the efficiency of searching for the optimal solution, an adaptive genetic algorithm was used when optimizing the order of graphs. Based on the standard genetic algorithm, the crossover and mutation probabilities were adaptively changed according to changes in population fitness. Finally, the standard test cases in the literature and the cases in the actual production were used to test separately. The results show that the AGAHA algorithm is better than the ordinary genetic algorithm combined with BL algorithm in most cases, and in the actual cases, the results of AGAHA algorithm are better than the result of manual nesting.

**Key words:** two-dimensional irregular graphics nesting problem; hybrid nesting algorithm; no-fit polygon; hybrid placement strategy; adaptive genetic algorithm

二维排样问题, 也被称为下料问题, 是在给定的原材料空间上对需求零件进行合理的布局, 满足加工条件的同时实现原材料利用率最大的目的。在满足生产工艺约束的前提下, 同时提高原材料的利用率, 减少企业在生产过程中的浪费, 而且排样过

程的自动化应用也能够为企业节省相应的人力成本以及提高企业的生产效率, 从而为企业创造巨大的经济效益。

根据零件形状的差异, 二维排样问题可以分为矩形排样问题和不规则图形排样问题, 其中, 不规则图形排样较矩形排样更为复杂, 主要有两方面的原因: (1) 不规则图形的轮廓的表示比矩形轮廓更复杂; (2) 矩形的旋转角度一般为  $0^\circ$  或者  $90^\circ$ , 而不规则的图形的旋转角度通常不受限制, 可以在  $0^\circ \sim 360^\circ$  全角度范围内旋转。

由于二维不规则图形排样的复杂性, 很多研究人员通过分阶段简化排样过程来求解该问题, 最典

收稿日期: 2021-01-27; 修订日期: 2021-04-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51975231); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目 (2019kfyXKJC043)

作者简介: 杜 冰 (1998-), 男, 硕士研究生

E-mail: rover\_du@qq.com

通信作者: 饶运清 (1968-), 男, 教授, 博士生导师

E-mail: ryq@hust.edu.cn

型的一种简化方式是将不规则图形排样问题转化为较简单的规则排样问题,即先将不规则形状组合成规则形状,再对规则形状进行排样。Freeman H 和 Shapira R<sup>[1]</sup>通过将不规则图形用最小矩形进行包络,将不规则图形排样转化为矩形排样。Jakobs S<sup>[2]</sup>同样采用了矩形拟合的方法,利用遗传算法对矩形的排放顺序进行优化来得到一个较优的排样结果,最后通过基于左下角启发式思想进行“挤压”运算,使排样结果更加紧凑。Dori D 和 Benbassat M<sup>[3]</sup>先将不规则图形用凸多边形进行包络,然后将凸多边形组合到正六边形中,最后对正六边形进行排样。这类方法虽然简化了不规则图形排样问题的复杂性,但是其最大的缺陷为:不规则图形拟合成为规则形状时,不可避免地会产生一些空间浪费,尤其是当图形的不规则程度较大时,拟合后产生的材料浪费也更多。所以,需要采用更加准确的不规则图形的表示方法,进而提高排样过程中的材料利用率,减少材料浪费。目前,常用的不规则图形的表示方法为矢量图法,矢量图法是通过逆时针顺序记录多边形的顶点坐标来表示不规则图形,这样将多边形复杂的重叠计算转化成了点与边的相对位置计算。这一方法虽然能够精确地表示不规则图形,但是图形之间的重叠判断却较矩形件更加复杂。

二维不规则图形排样问题的求解一般分为图形的定序和定位两部分,即确定图形的排放顺序和图形放置在板材中的位置。对于图形的定序,早期主要采用一些启发式规则进行图形排序,如图形面积递减、图形长度递减等。随着智能算法的日益成熟,以及其在优化问题、空间分配、任务调度等组合优化问题的成功应用,这些算法也逐渐应用于排样问题。贾志欣等<sup>[4]</sup>采用遗传算法进行排序优化,并且结合基于最低水平线的放置策略解决二维不规则图形排样问题。于洋等<sup>[5]</sup>在布局中应用基于学习的遗传算法,在算法中增加了学习算子,引用函数的局部信息,使得搜索过程更加具有目的性。刘海明等<sup>[6]</sup>在研究不规则图形的排序优化时提出了基于排挤机制的小生境遗传算法。刘胡瑶<sup>[7]</sup>使用了模拟退火算法,将邻域设置为零件序号交换或者序号插入,在一定的参数设置下,较为快速地得到了较优的排样结果。Blazewicz J 等<sup>[8]</sup>将禁忌搜索算法用于排样问题中的顺序优化,并且限制一次变化一个零件的顺序,取得了一定的效果。Pinheiro P R 等<sup>[9]</sup>使用基于随机密钥的遗传算法对排样的顺序及角度进行搜索,同时设置一组基因表示放置的策略,在一些排

样问题的基准实例上进行了计算实验,结果显示,基于随机密钥的遗传算法在某些特定问题的实例上可以与以往的成功研究相媲美。

针对图形的定位策略,主要采用启发式的定位策略来决定图形的放置位置。Baker B S 等<sup>[10]</sup>在研究矩形件排样时提出了 BL 定位算法,图形排样时尽可能向下、向左放置。Hopper E 等<sup>[11]</sup>提出的 BLD 算法利用排样后方案的宽度、高度和面积等因素进行综合评价来选择排样位置。Art Jr R C<sup>[12]</sup>提出了一种“左侧靠接”的放置原则,同时他也建议采用多种因素加权的综合性放置策略。Oliveira J F 和 Gomes A M 等<sup>[13]</sup>提出了 TOPOS 算法,该算法允许图形作 180° 旋转,利用临界多边形并且通过动态选择待排图形的方式来获取排样结果,核心在于动态选择下一个待排图形。李科林<sup>[14]</sup>提出了基于临界多边形的混合定位策略,主要思想即坚持重心最低原则,同时兼顾图形之间的契合度。汤德佑等<sup>[15]</sup>采用基于重心临界多边形的定位策略,放置图形时同时考虑图形的重心和边适应度,有效地减少放置后图形间产生的空隙。唐萍<sup>[16]</sup>提出了基于图形轮廓匹配的局部最优搜索放置策略,并将其用于服装生产排样中。林庆武<sup>[17]</sup>在研究皮革排样系统时提出了基于轮廓匹配的定位策略,并取得了不错的排样效果。

本文研究了不规则图形排样中的定位策略以及排序优化,采用基于 NFP 的混合定位策略,并采用自适应的遗传算法进行排序优化,最终实现对不规则图形排样的求解。

## 1 问题描述

二维不规则图形排样问题在不同的领域有不同的表现形式。以机械制造业为例,一种常见的需求是在给定规格的矩形钢板上排布并切割出不同形状、数量的零件,要求每片钢板的利用率最高或者使用的钢板数量最少。而在实际生产中,为了方便利用余量,通常将板材的宽度方向尽量布满,再缩减排样零件占用板材的长度,以提高板材的利用率,如图 1 所示。

针对图 1 描述的这类二维不规则图形排样问题,其数学模型可以描述为:

对给定规格的板材  $P$ , 与不规则零件序列  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ , 求满足如式 (1) 所示约束的排样方案:

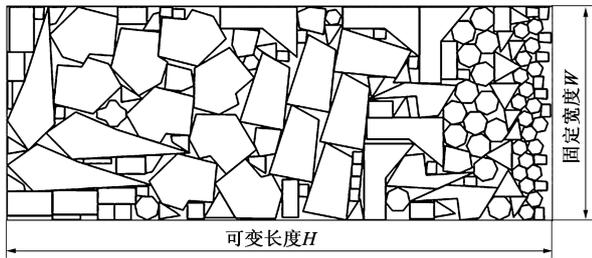


图1 二维不规则图形排样示例

Fig. 1 Example of two-dimensional irregular graphics nesting

$$\text{s. t. } \begin{cases} P_i \in P \\ P_i \cap P_j = \emptyset \\ i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases} \quad (1)$$

式中： $n$  为零件数量； $P_i$ 、 $P_j$  分别为第  $i$  个、第  $j$  个零件。

其优化目标为：

$$\text{Max} \rho = \frac{\sum_{i=1}^n S_{P_i}}{S_{P_{\text{used}}}} \quad (2)$$

或：

$$\text{Min} H_{\text{used}} \quad (3)$$

式中： $\rho$  为板材的利用率； $S_{P_i}$  为零件  $P_i$  的面积； $S_{P_{\text{used}}}$  为所使用的板材的面积； $H_{\text{used}}$  为所使用的板材的长度

式 (1) 的第 1 个约束条件表示所有零件需放置在板材内部，不允许零件超出板材边界；第 2 个约束条件为各零件之间不允许重叠。在某些特殊工艺要求下，可能还有其他的约束条件，例如板材中间缺陷、零件旋转角度限制或者零件间隙要求等。在问题的优化目标中，式 (2) 表示最大化零件的利用率，即所有已放置零件的面积和与所占用的板材面积的比值。式 (3) 表示占用板材的总长度最小，易知这两种目标是等价的。

## 2 混合求解算法

### 2.1 基于 NFP 的混合放置策略

考虑到单一指标的定位策略容易陷入局部最优解，有时过于关注某项指标往往无法获得更好的整体排样效果，所以，本文选用混合放置策略以防止搜索过程过早地陷入局部最优。本文提出的混合定位策略是基于临界多边形构建的。临界多边形 (No Fit Polygon, NFP) 是 Adamowicz M 和 Albano A<sup>[18]</sup> 提出的，并被用于图形之间重叠与否的快速判断。临

界多边形的定义如下：给定两个多边形 A 和 B，其中多边形 A 固定，多边形 B 围绕多边形 A 滑动，期间多边形 B 不能旋转，并最终回到起始点，此过程中以多边形 B 上任意一点作为参考点，则参考点在环绕运动过程中形成的轨迹被称为临界多边形，如图 2 所示。如此，当多边形 B 的参考点落在临界多边形上时，两图形恰好接触而不发生重叠；当参考点落在临界多边形内时，两图形必然重叠，从而实现图形重叠的快速判断。显然，图形的最佳放置位置必然是临界多边形的边界上。这样，基于 NFP 的定位策略的实质是建立起对 NFP 边界上位置的评价模型，以评价价值最优的点作为图形的最佳放置位置。

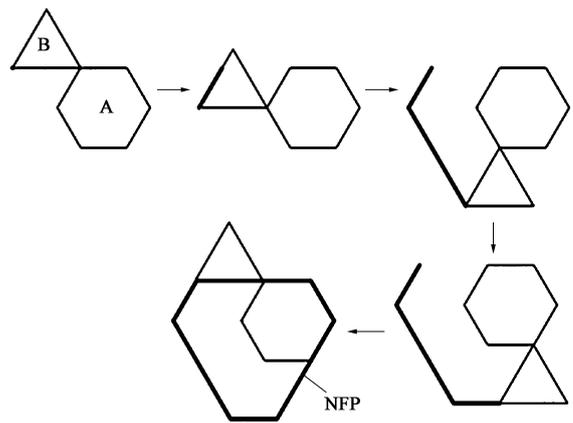


图2 临界多边形示意图

Fig. 2 Schematic diagram of NFP

本文提出的混合定位策略，主要考虑两个方面的内容：(1) 图形放置后所引起的矩形包络面积的增加量；(2) 待放置图形与所有已放置图形的矩形包络的重叠面积，并将其定义为图形间的契合度。这两个方面构成了图形放置位置的评价函数模型  $f_{\text{evaluate}}$ ，如式 (4) 所示：

$$f_{\text{evaluate}} = \frac{S_A^2}{S_B} - Q \quad (4)$$

式中： $S_A$  为图形放置在此处后与已放置图形形成的矩形包络面积； $S_B$  为图形放置前所有已放置图形形成的矩形包络面积； $Q$  为契合度。

该评价函数的主要思想为：每次放置图形时，综合考虑排样结果的整体紧密度和局部紧密度，尽量放置在使所有图形的矩形包络面积增加量最少且契合度高的位置。显然，评价函数值最小的点为该图形的最终放置位置。在进行图形的放置时，需要求出待放置图形与所有已放置图形构成的临界多边形以及与板材内部构成的内接临界多边形，两者取交集获得最终的临界多边形，则该图形的最佳放置

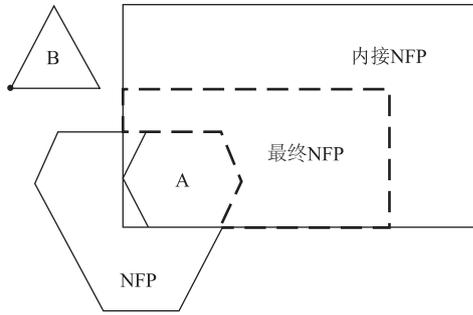


图 3 图形放置示例

Fig. 3 Example of graphic placement

位置就位于最终临界多边形的边界上。图 3 虚线部分为图形 B 在板材内所有可行的放置区域，最佳放置位置则位于虚线部分的边界上。

## 2.2 基于自适应遗传算法的排序方法

遗传算法 (Genetic Algorithms, GA) 在 1975 年由 Holland J H<sup>[19]</sup> 正式提出，是一种常见的智能优化算法，在模式识别、组合优化问题求解、机器学习等多个领域都有重要的应用。90 年代初，部分学者开始尝试使用遗传算法解决排样问题。遗传算法模拟生物的进化过程，通过选择、交叉和变异 3 个遗传算子操作，使得种群逐渐进化收敛到最适应个体。

将遗传算法应用到求解排样问题，一个需要关注的问题是算法的编码方式。针对排样问题的特点，在给定了定位策略的情况下，问题将简化为排样顺序的优化，即排样顺序对应着唯一的排样结果，因此，排样零件的序列  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  可以作为一种可行的编码方式，例如：序列  $\{3\ 1\ 5\ 2\ 4\}$  表示最先放置序列号为 3 的零件，然后放置 1 号零件，最后放置 4 号零件。解码时按顺序读取序列，再根据定位策略放置，即能够得到唯一的排样结果。实际上，通过这种顺序编码的方式，排样问题被转化为了一种常见的组合优化问题，即旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP)。

对于标准遗传算法，个体的交叉概率与变异概率是由经验确定的固定值，交叉概率  $P_c$  通常属于 0.5~1.0，变异概率  $P_m$  通常属于 0.001~0.005，这意味着算法对较优个体以及较差个体使用同样的概率进行交叉和变异操作，这很显然不是“公平”的，因为优良个体应该有较大的几率将基因遗传到下一代，这要求较小的交叉和变异概率；对于劣质个体则相反，他们需要更高的交叉和变异概率来改善自身的基因。同时，固定概率也意味着算法不能满足种群进化过程中的需求，在前期算法需要寻优，

要求较大的概率以尽可能搜索全局，在后期算法需要收敛，要求较小的概率以加快收敛。

为了解决这个问题，Srinivas M 等<sup>[20]</sup> 在 1994 年提出自适应遗传算法 (Adaptive Genetic Algorithms, AGA)，其核心思想是依据种群适应度的变化动态地调整交叉和变异概率，权衡算法前期的寻优能力和后期的收敛能力，同时，降低优良个体的交叉和变异概率，提高劣质个体的交叉和变异概率。

为了权衡算法的寻优和收敛能力，首先需要判断算法迭代进程。当算法逐渐收敛时，可以观察到：种群中最大适应度  $F_{\max}$  会向种群的平均适应度  $F_{\text{avg}}$  靠拢， $(F_{\max} - F_{\text{avg}})$  的值会相应减小，但是此时也很可能是收敛到某个局部最优解，先使交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  与  $(F_{\max} - F_{\text{avg}})$  成反比，即当收敛时增加交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$ ，如式 (5) 所示：

$$\begin{cases} P_c = k_1 \cdot \frac{1}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & k_1 \leq 1 \\ P_m = k_2 \cdot \frac{1}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & k_2 \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中： $k_1$ 、 $k_2$  分别为交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  的最大值。

此时， $P_c$  和  $P_m$  的值虽然会动态变化，但是并没有根据特定个体的适应度变化，而只是与最大适应度  $F_{\max}$  和平均适应度  $F_{\text{avg}}$  相关，因此，不论优良或是劣质，所有个体仍然使用相同的交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$ 。同时，式 (5) 只能在算法收敛时增加变化概率，当算法收敛到全局最优时，依然增加交叉概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  会破坏优良的个体，使得种群虽然获得了跳出局部最优的能力，但是却失去了收敛到全局最优的能力。因此，将式 (5) 修改为式 (6)，即：

$$\begin{cases} P_c = k_1 \cdot \frac{F_{\max} - F'}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & k_1 \leq 1 \\ P_m = k_2 \cdot \frac{F_{\max} - F}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & k_2 \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

式中： $F'$  为待交叉的两个父代中较大的适应度； $F$  为待变异个体的适应度。

可以看出， $P_c$  和  $P_m$  的值与个体自身的适应度成反比：当个体适应度较大时，其交叉、变异的概率越小，有利于优质基因的保留；同时，当个体适应度较小时则概率增加，有利于劣质基因的进化。由于在个体适应度很小时，式 (6) 可能使其  $P_c$  和  $P_m$  的值大于 1。因此，需要设置 1 个约束，当个体适应度大于平均适应度时，按照式 (6) 计算其交

叉和变异概率；当个体适应度小于平均适应度时，直接赋予1个固定的概率，让他们充分进化，寻找最优解。最后的自适应公式如式(7)~式(8)所示：

$$P_c = \begin{cases} k_1 \cdot \frac{F_{\max} - F'}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & F' > F_{\text{avg}} \\ k_3, & F' \leq F_{\text{avg}} \end{cases} \quad (7)$$

$$P_m = \begin{cases} k_2 \cdot \frac{F_{\max} - F}{F_{\max} - F_{\text{avg}}}, & F > F_{\text{avg}} \\ k_4, & F \leq F_{\text{avg}} \end{cases} \quad (8)$$

式中： $k_3$ 、 $k_4$ 分别为个体适应度小于平均适应度时的固定的交叉概率 $P_c$ 和变异概率 $P_m$ 。

对于适应度最优的个体，由式(7)~式(8)可知其交叉概率与变异概率均为0，这说明最优个体会直接保留至下一代，符合“精英保留”的策略。但是，这种策略可能会导致局部最优的个体迅速扩张到整个种群，使得算法陷入局部最优解，解决这个问题的方案即利用适应度低于平均水平的个体，加大他们的交叉和变异概率，以查找解空间。因此，一般将式(7)~式(8)中的参数 $k_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )分别赋值为 $k_1=k_3=1, k_2=k_4=0.5$ 。

### 2.3 混合排样算法流程

综合2.1和2.2节的叙述，基于自适应遗传算法与混合放置策略的排样算法的步骤如下：

步骤1：初始化遗传算法种群，使用混合放置策略计算种群适应度，保存最优解；

步骤2：判断算法结束准则，满足则输出最优解，算法结束，否则转步骤3；

步骤3：选择操作，从种群中选择个体组成新种群；

步骤4：自适应交叉操作，以式(7)计算得到的交叉概率进行交叉；

步骤5：自适应变异操作，以式(8)计算得到的变异概率进行变异，得到新种群；

步骤6：使用混合放置策略计算新种群适应度，更新最优解；

步骤7：转步骤2。

总结上述步骤，AGAHA算法的流程图如图4所示。

## 3 实验验证

### 3.1 标准算例测试

为了验证本文提出的混合排样算法的有效性，

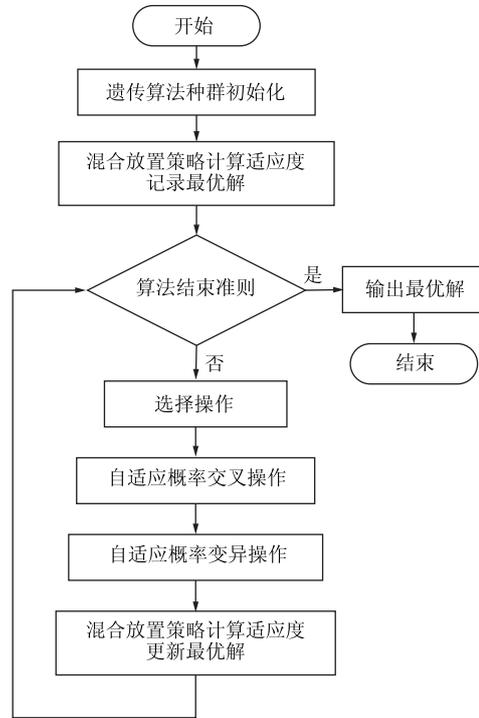


图4 AGAHA算法流程图

Fig. 4 Flow chart of AGAHA algorithm

使用欧洲排样兴趣小组 ESICUP<sup>[21]</sup>记录的标准排样算例进行了测试，算例数据如表1所示。

表1 标准排样算例数据

Table 1 Example data of benchmark nesting

问题名称	板材宽度/ mm	允许旋转 角度/(°)	零件种类数	零件总数/ 个
Albano	4900	0, 180	8	24
Dagli	60	0, 180	10	30
Dighe1	100	0	16	16
Dighe2	100	0	10	10
Fu	38	0, 90, 180	12	12
Jakobs1	40	0, 90, 180	25	25
Jakobs2	70	0, 90, 180	25	25
Mao	2550	0, 90, 180	9	20
Marques	104	0, 90, 180	8	24
Shapes0	40	0	4	43
Shapes1	40	0, 180	4	43
Shapes2	15	0, 180	7	28
Shirts	40	0, 180	8	99
Swim	5752	0, 180	10	48
Trousers	79	0, 180	17	64

测试方式为每个算例测试5次，每次计算10 min，以最终所有图形构成的最终排样方案的长度作为结果，并记录其最优结果以及平均结果。为

了对比 AGAHA 算法的效果, 使用同样的测试方式, 利用标准遗传算法与单一左下定位策略 (GABL), 对表 1 中的标准算例进行测试。同时, 文献 [15] 提出了一种名为 CEFHNA 的启发式算法, 并测试了标准案例。作为对比, 上述 3 组数据汇总后得到的结果如表 2 所示。

表 2 测试结果对比 (mm)  
Table 2 Comparison of test results (mm)

问题名称	CEFHNA	GABL		AGAHA	
		最优结果	平均结果	最优结果	平均结果
Albano	12050.90	<b>10296.81</b>	10397.190	10336.93	10432.700
Dagli	<b>63.69</b>	64.55	64.932	64.17	<u>64.774</u>
Dighe1	163.26	114.53	117.628	<b>113.46</b>	<u>117.474</u>
Dighe2	144.96	115.05	122.826	<b>112.64</b>	126.672
Fu	36.21	34.00	34.662	<b>33.83</b>	35.030
Jakobs1	13.00	12.18	12.810	<b>12.00</b>	<u>12.108</u>
Jakobs2	28.00	27.09	27.694	<b>26.31</b>	<u>27.000</u>
Mao	1928.38	1876.93	1900.364	<b>1856.78</b>	<u>1893.706</u>
Marques	89.00	82.21	82.790	<b>82.00</b>	83.216
Shapes0	69.00	67.50	68.100	<b>64.50</b>	<u>66.000</u>
Shapes1	67.50	63.00	63.300	<b>61.00</b>	<u>63.100</u>
Shapes2	-	<b>28.00</b>	28.212	28.36	28.522
Shirts	<b>68.24</b>	76.01	76.430	75.49	<u>76.220</u>
Swim	6864.67	6543.02	6621.664	<b>6471.84</b>	<u>6528.548</u>
Trousers	269.63	252.01	253.098	<b>250.63</b>	<u>252.710</u>

表 2 中加粗的结果表示此数据为 3 种方法中最优, 下划线表示 AGAHA 算法的平均结果优于 GABL。从表 2 可以看出, 在 15 个算例中, AGAHA 算法取得了 11 个最优结果, 这充分表明了算法的有效性, 同时, 在没有取得最优结果的 4 个算例中, Dagli 与 Shirts 算例在平均结果上仍优于 GABL, 即在 15 个算例中, AGAHA 算法同时也取得了 10 个更好的平均结果, 这体现了 AGAHA 算法的稳定性与鲁棒性。

图 5 为部分标准算例在 AGAHA 算法下的最优排样结果示意图。

### 3.2 实际案例测试

为了验证本文混合排样算法的实用性, 选取了武汉某大型造船企业实际生产中的 3 个排样算例进行了测试。在这些实际案例中, 零件之间要求 10 mm 的间距, 排样板材宽度统一为 2000 mm。将 AGAHA 算法计算 20 min 取得的最优结果与企业中人工排样的结果进行对比, 结果如表 3 所示。

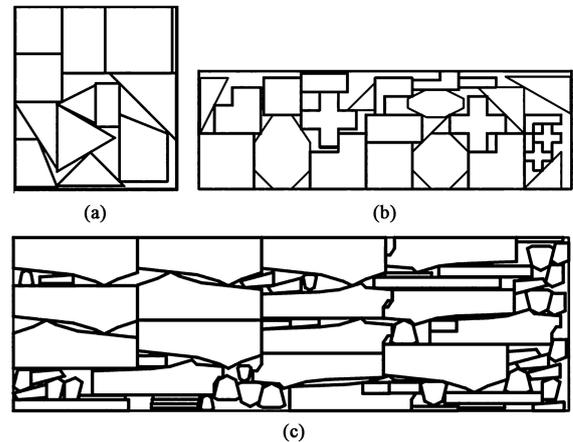


图 5 AGAHA 算法下部分标准算例的最优排样结果示意图

(a) 算例 Fu (b) 算例 Jakobs1 (c) 算例 Trousers

Fig. 5 Schematic diagrams of optimal nesting results for partial standard examples by AGAHA algorithm

(a) Benchmark Fu (b) Benchmark Jakobs1  
(c) Benchmark Trousers

表 3 实际案例测试结果 (mm)

Table 3 Results of actual case testing (mm)

案例编号	人工排样	AGAHA 算法
1	1461	<b>1457</b>
2	8836	<b>8806</b>
3	4652	<b>4633</b>

从表 3 可以发现, 3 个案例中 AGAHA 算法的排样结果均优于人工排样的结果, 这表明本文提出的 AGAHA 算法也可以解决实际生产中的二维不规则图形排样问题, 并且相对于人工排样能取得更好的排样结果, 体现了本文 AGAHA 算法的实用性。图 6 为实际案例 3 使用 AGAHA 算法排样和人工排样的结果对比图。

## 4 结语

本文针对二维不规则图形排样问题进行了研究, 采用自适应的遗传算法解决了不规则图形排样的定序, 并且提出了一种新的基于 NFP 的混合放置策略。实验验证结果表明, AGAHA 算法的排样效果较普通的遗传算法结合 BL 算法以及 CEFHNA 启发式算法有了一定的提高, 并且在实际的生产案例中, AGAHA 算法也取得了比人工排样更优的结果, 能较好地实现对二维不规则图形排样问题的求解。本文提出的混合放置策略虽然在多个算例上优于单一的启发式放置策略, 但是从计算复杂度上来看, 单一的启发式策略如

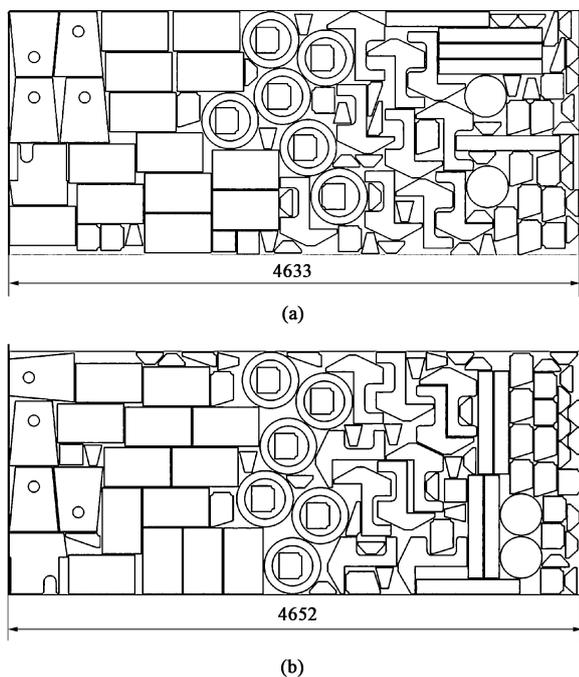


图6 案例3排样结果对比  
(a) AGAHA算法 (b) 人工排样

Fig. 6 Comparison of nesting results for case 3  
(a) AGAHA algorithm (b) Manual nesting

BL算法更加简单、高效,以后可以对放置策略进行改进,降低其计算复杂度,提高排样速率。

#### 参考文献:

- [1] Freeman H, Shapira R. Determining the minimum-area enclosing rectangle for an arbitrary closed curve [J]. *Communications of the ACM*, 1975, 18 (7): 409-413.
- [2] Jakobs S. On genetic algorithms for the packing of polygons [J]. *European Journal of Operational Research*, 1996, 88 (1): 165-181.
- [3] Dori D, Benbassat M. Efficient nesting of congruent convex figures [J]. *Communications of the ACM*, 1984, 27 (3): 228-23.
- [4] 贾志欣, 殷国富, 罗阳. 二维不规则零件排样问题的遗传算法求解 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2002, (5): 467-470.  
Jia Z X, Yin G F, Luo Y. Two-dimensional irregular parts packing with genetic algorithm [J]. *Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics*, 2002, (5): 467-470.
- [5] 于洋, 查建中, 唐晓君. 基于学习的遗传算法及其在布局中的应用 [J]. *计算机学报*, 2001, (12): 1242-1249.  
Yu Y, Zha J Z, Tang X J. Learning based GA and application in packing [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2001, (12): 1242-1249.
- [6] 刘海明, 周炯, 吴忻生. 应用临界多边形方法与小生境遗传算法求解不规则排样问题 [J]. *小型微型计算机系统*, 2016, 37 (5): 1002-1007.  
Liu H M, Zhou J, Wu X S. Using no-fit polygon method and niche genetic algorithm to solve irregular packing problem [J]. *Journal of Chinese Mini-micro Computer Systems*, 2016, 37 (5): 1002-1007.
- [7] 刘胡瑶. 基于临界多边形的二维排样算法研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2007.  
Liu H Y. Research of Two Dimensional Nesting Algorithm Based on No Fit Polygon [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2007.
- [8] Blazewicz J, Hawryluk P, Walkowiak R. Using a tabu search approach for solving the two-dimensional irregular cutting problem [J]. *Annals of Operations Research*, 1993, 41 (4): 313-325.
- [9] Pinheiro P R, Amaro Júnior B, Saraiva R D. A random-key genetic algorithm for solving the nesting problem [J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2016, 29 (11): 1159-1165.
- [10] Baker B S, Coffman J E G, Rivest R L. Orthogonal packing in two dimensions [J]. *SIAM Journal on Computing*, 1980, 9: 846-855.
- [11] Hopper E, Turton B C H. An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2001, 128: 34-57.
- [12] Art Jr R C. An Approach to the Two Dimensional Irregular Cutting Stock Problem [D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1966.
- [13] Oliveira J F, Gomes A M, Ferreira J S. TOPOS-A new constructive algorithm for nesting problems [J]. *OR Spektrum*, 2000, 22 (2): 263-284.
- [14] 李科林. 基于临界多边形的二维不规则排样问题的研究 [D]. 武汉: 华中师范大学, 2019.  
Li K L. Research of Two-dimensional Irregular Layout Problem Based on No-fit Polygon [D]. Wuhan: Central China Normal University, 2019.
- [15] 汤德佑, 周子琳. 基于临界多边形的不规则件启发式排样算法 [J]. *计算机应用*, 2016, 36 (9): 2540-2544.  
Tang D Y, Zhou Z L. No-fit-polygon-based heuristic nesting algorithm for irregular shapes [J]. *Journal of Computer Applications*, 2016, 36 (9): 2540-2544.
- [16] 唐萍. 衣片排样系统中局部搜索算法及其他相关问题的研究 [D]. 广州: 华南理工大学, 2011.  
Tang P. Research of Local Search Algorithm and Other Related Issues in Clothes Packing System [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2011.
- [17] 林庆武. 皮革智能排样系统的开发 [D]. 杭州: 浙江大学, 2006.  
Lin Q W. Development of Intelligent Leather Nesting System [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006.
- [18] Adamowicz M, Albanno A. Nesting two-dimensional shapes in rectangular modules [J]. *Computer Aided Design*, 1976, 8 (1): 27-33.
- [19] Holland J H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence* [M]. MIT Press, 1975.
- [20] Srinivas M, Patnaik L M. Adaptive probabilities of crossover and mutation in genetic algorithms [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, 24 (4): 656-667.
- [21] ESICUP. EURO special interest group on cutting and packing [EB/OL]. <https://www.euro-online.org/websites/esicup>, 2021-01-15.