

基于动态摩擦和分段刚度的热轧机水平振动行为分析

王运涛, 王磊, 田杰宇

(河北轨道交通职业技术学院 铁道车辆系, 河北 石家庄 050000)

摘要: 考虑工作辊振动时轧制界面间摩擦力的变化状态, 以及工作辊水平方向轴承座撞击牌坊的情形, 建立了相应的动态摩擦模型和分段刚度模型, 并基于此建立了热轧机水平方向非线性振动模型。研究了线性阻尼项、动态摩擦力三次非线性项、分段刚度项以及外扰幅值变化下热轧机水平振动系统的幅频特性。最后, 研究了外扰力变化下热轧机振动系统的分岔行为, 发现外扰幅值的变化可以使振动系统进入混沌状态, 并且存在倍周期分岔通向阵发性混沌和混沌运动等显著现象, 这正是引起带钢呈现明暗相间条纹的原因之一。上述研究内容为抑制热轧机辊系振动和参数的优化提供了理论依据。

关键词: 热轧机; 动态摩擦; 分段刚度; 幅频特性; 分岔行为; 混沌

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.04.028

中图分类号: O322; TH113 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3940 (2022) 04-0200-08

Analysis on horizontal vibration behavior of hot rolling mill based on dynamic friction and piecewise stiffness

Wang Yuntao, Wang Lei, Tian Jieyu

(Department of Railway Vehicles, Hebei Vocational College of Rail Transportation, Shijiazhuang 050000, China)

Abstract: Considering the change state of friction force between rolling interfaces when the work roll vibrates and the condition of horizontal bearing block of work roll hitting against mill housing, the corresponding dynamic friction model and piecewise stiffness model were established, and the horizontal nonlinear vibration model of hot rolling mill was established. Then, the amplitude frequency characteristics of horizontal vibration system for hot rolling mill under linear damping term, cubic nonlinear term of dynamic friction force, piecewise stiffness term and external disturbance amplitude variation were studied. Finally, the bifurcation behavior of the vibration system for hot rolling mill under the change of external disturbance force was studied. It is found that the change of external excitation amplitude can make the vibration system enter into a chaotic state, and there are obvious phenomena such as period doubling bifurcation leading to paroxysmal chaos and chaotic motion, which is one of the reasons for the light and dark stripes on strip steel. Thus, the above research provides a theoretical basis for the suppression of roll system vibration and parameter optimization of hot rolling mill.

Key words: hot rolling mill; dynamic friction; piecewise stiffness; amplitude frequency characteristic; bifurcation behavior; chaos

热轧机是钢铁工业中的关键设备之一, 由于其在轧制过程中具有能耗低、压下量大、效率高等优点而被广泛使用。随着现代轧钢工业对轧制速度、带钢强度、产品质量和精度要求的逐步提高, 热轧机呈现出了复杂的多现象并存振动, 导致了一系列生产和质量问题^[1-2]。

针对轧机的振动现象, 诸多科研人员从不同角

度研究了轧机振动机理, 以揭示其振动规律^[3-4]。魏静静等^[5]发现波纹辊轧机在垂直方向的振动较为明显, 且研究表明可通过改善润滑等措施来抑制振动。王桥医等^[6]对四辊轧机辊系在特定频率下的动力学模态进行了分析。刘彬等^[7]对咬钢时负载变化工况下轧机主传动系统的扭振现象进行分析, 建立了电动机与扭振减振器共同抑振的扭振抑制模型。张瑞成等^[8]以电机转速、负载转速和弹性轴扭转力矩为状态变量, 建立了轧机扭振二质量系统模型, 并设计了控制器进行降振。

上述研究的侧重点是针对垂振和扭振的相关研究, 为了更全面地揭示轧机辊系振动机理, 学者们对轧机水平方向振动展开了研究^[9-10]。孙建亮

收稿日期: 2021-04-06; 修订日期: 2021-07-19

基金项目: 河北省教育厅高等学校科学研究计划项目 (QN2019803)

作者简介: 王运涛 (1991-), 男, 硕士, 讲师

E-mail: wangyunt1991@163.com

等^[11-12]注意到某热轧机水平方向存在剧烈振动,且能引起垂振和扭振,他们通过研究水平方向振动的固有频率和主振型,发现在工作辊轴承座和机架衬板之间加入适当厚度的垫片,可有效地抑制振动。Yan X Q 等^[13]运用遥感技术对轧机系统进行了综合测试,试验表明工作辊存在严重的水平振动,且研究了水平振动和垂直振动的内在关系。李丽等^[14]认为多种水平共振会导致辊系产生非线性特性,从而引起轧机振动。凌启辉等^[15]研究了由主传动系统变频电机和液压缸同时提供能源的热轧机水平振动特性。张明等^[16]在考虑热轧机上下辊系存在不同的运动状态的基础上,研究了结构间隙、轧制力及摩擦负阻尼对辊系水平振动的影响。

本文以某热轧机为对象,研究水平方向振动,在考虑轧制界面间的动态摩擦、工作辊轴承座与牌坊之间的间隙和接触状态变化的基础之上,建立了基于动态摩擦模型和工作辊水平方向非线性分段刚度模型的热轧机水平振动模型。采用平均法求解得到热轧机振动系统的幅频方程,分析了不同振动和工艺参数变化对振动系统幅频行为的影响,同时采用混沌理论研究了振动系统的分岔行为。研究结果对抑制热轧机振动和进一步挖掘振动产生的机理有一定的参考意义和技术指导。

1 热轧机工作辊水平振动建模

在工业现场发现,某热轧机垂直方向的振动较为稳定,而水平方向的振动最为剧烈,因此,本文将该轧机的工作辊及其轴承座作为主要研究对象,以此来探索水平方向的振动机理。建立如图1所示的热轧机工作辊水平振动模型。图1中, m 为工作辊的等效质量; R 为工作辊半径; k_1 和 c_1 分别为工作辊到左侧牌坊的线性刚度和线性阻尼; k_2 为牌坊立柱横向等效刚度; x 为工作辊的水平振动位移;

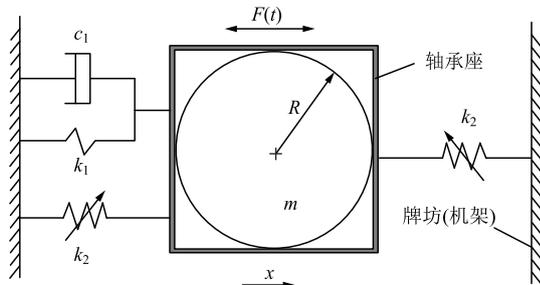


图1 热轧机工作辊水平振动模型

Fig. 1 Horizontal vibration model of work roll for hot rolling mill

$F(t)$ 为工作辊水平方向受到的外扰力, $F(t) = F \sin \omega t$; F 为外扰动幅值; ω 为激励频率; t 为时间。

1.1 水平方向动态摩擦模型

诸多研究表明,轧制界面间的摩擦力变化对轧机振动的影响甚大,而摩擦力的分布与轧制力的计算精度密切相关,因此,本文采用适合热连轧的Alexander-Ford公式^[17],轧制力 P 的表达式为:

$$P = \left(2K - \frac{\tau_b + \tau_f}{2} \right) B Q_p l_c \quad (1)$$

式中: K 为轧件变形阻力; τ_b 、 τ_f 分别为前后张力; B 为轧件宽度; l_c 为变形区内工作辊的接触弧长, $l_c = \sqrt{R \Delta h}$; Δh 为绝对压下量, $\Delta h = H - h$; H 和 h 分别为轧件的入口厚度和出口厚度; Q_p 为应力状态影响系数,本文采用Sims经验公式^[18]:

$$Q_p = 1.08 + 1.72 \mu \varepsilon' \sqrt{1 - \varepsilon'} \cdot \sqrt{R/H} - 1.02 \varepsilon' \quad (2)$$

式中: μ 为辊缝间的摩擦因数; ε' 为压下率, $\varepsilon' = \sqrt{\Delta h/H}$ 。

轧件变形阻力 K 与轧件的诸多物理性质及轧制温度等因素相关,其表达式为^[19]:

$$K = 1.15 \delta_0 \exp(a_1 T' + a_2) \cdot \left(\frac{v_0}{10} \right)^{(a_3 T' + a_4)} \cdot \left[a_6 \left(\frac{\zeta}{0.4} \right)^{a_5} - (a_6 - 1) \cdot \left(\frac{\zeta}{0.4} \right) \right] \quad (3)$$

式中: T' 为开尔文变形温度, $T' = (T + 273)/1000$, K ; T 为摄氏温度,一般取 996°C ; v_0 为轧件稳态入口速度; ζ 为变形程度, $\zeta = \ln[1/(1 - \varepsilon')]$;本文中取普通碳钢的变形阻力回归系数 δ_0 、 $a_1 \sim a_6$ 分别为 $\delta_0 = 150.6$, $a_1 = -2.878$, $a_2 = 3.665$, $a_3 = 0.1861$, $a_4 = -0.1216$, $a_5 = 0.3795$, $a_6 = 1.40$ 。

轧制界面间的摩擦因数采用式(4)计算^[20]:

$$\mu = \tilde{a} \exp(-bv + c) \quad (4)$$

式中: \tilde{a} 、 b 、 c 均为待定系数; v 为轧机入口速度, $v = v_0 + \dot{x}$; \dot{x} 为工作辊水平方向振动速度。

摩擦因数的表达式在 $\dot{x} = 0$ 处进行泰勒展开,略去高次项后,式(4)可进一步表示为:

$$\mu(\dot{x}) = \mu_0 \left(1 - b\dot{x} + \frac{1}{2} b^2 \dot{x}^2 \right) \quad (5)$$

式中: μ_0 为处于稳态轧制速度 v_0 时的摩擦因数。

则工作辊水平方向轧制界面间的动态摩擦力 f

可表示为:

$$f(\dot{x}) = \mu(\dot{x})P = f_0 + \Delta f(\dot{x}) \quad (6)$$

$$\Delta f(\dot{x}) = -d_1\dot{x} + d_2\dot{x}^2 - 2d_3\dot{x}^3 + O(\dot{x}^4) \quad (7)$$

$$f_0 = (N + Z)M \quad (8)$$

$$d_1 = (N + 2Z)Mb \quad (9)$$

$$d_2 = \left(\frac{1}{2}N + 3Z\right)Mb^2 \quad (10)$$

$$d_3 = ZMb^3 \quad (11)$$

$$Z = 1.72\mu_0\varepsilon' \sqrt{1 - \varepsilon'} \cdot \sqrt{R/H} \quad (12)$$

$$M = \left(2K - \frac{\tau_b + \tau_f}{2}\right)\mu_0B\sqrt{R\Delta h} \quad (13)$$

$$N = 1.08 - 1.02\sqrt{\Delta h/H} \quad (14)$$

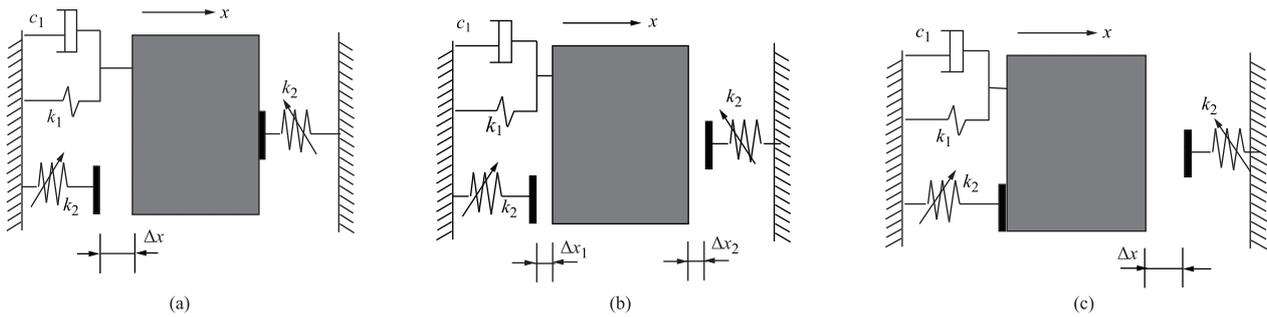


图 2 工作辊水平方向轴承座与牌坊碰撞模型

(a) 工作辊轴承座压靠在右侧牌坊立柱上 (b) 工作辊轴承座处于牌坊之间 (c) 工作辊轴承座压靠在左侧牌坊立柱上

Fig. 2 Collision model between horizontal bearing seat and mill housing of work roll

(a) Work roll bearing seat pressing on pillar of right mill housing (b) Work roll bearing seat locating between mill housings

(c) Work roll bearing seat pressing on pillar of left mill housing

工作辊轴承座和牌坊立柱衬板间存在间隙,因此,轧机辊系水平方向的刚度可分段。此时,水平方向的刚度可用力函数 $g(x)$ 表示:

$$g(x) = \begin{cases} (k_1 + k_2)x & x \geq 0, x \leq -\Delta x \\ k_1x & -\Delta x < x < 0 \end{cases} \quad (15)$$

2 工作辊水平振动动力学方程及求解

根据图 1 所示的具有动态摩擦和分段刚度的热轧机水平振动模型,可得到振动系统的动力学方程如下:

$$m\ddot{x} + c_1\dot{x} + g(x) + \Delta f(\dot{x}) = F\sin\omega t \quad (16)$$

式中: \ddot{x} 为振动加速度。

为运算方便,式 (16) 可进一步简化为:

$$\ddot{x} + \omega_0^2x + \xi\dot{x} + \alpha\dot{x}^2 - \beta\dot{x}^3 + \lambda g'(x) = F_0\sin\omega t \quad (17)$$

$$\xi = \frac{c_1 - d_1}{m} \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{d_2}{m} \quad (19)$$

式中: f_0 为稳态轧制时的摩擦力; $\Delta f(\dot{x})$ 为轧件界面间摩擦力的动态变化量; d_1 、 d_2 、 d_3 为不同水平方向振动速度系数; O 为泰勒展开余项。

1.2 水平方向分段刚度模型

根据轧辊的受力特点,当水平方向的外扰力幅值较大时,且工作辊的轴承座和牌坊之间间隙较大时,工作辊轴承座会发生撞击牌坊的情况,此时轧机辊系的稳定性受到破坏^[21]。采用质量集中法,将工作辊与轴承座看作一个质量块,同时根据弹性碰撞理论和轧机的结构特点,建立如图 2 所示的热轧机辊系水平方向碰撞模型。其中, Δx 为轧辊轴承座与牌坊立柱衬板的间隙; Δx_1 和 Δx_2 分别为工作辊轴承座和左、右牌坊立柱衬板间不接触时的间隙。

$$\beta = \frac{2d_3}{m} \quad (20)$$

$$F_0 = \frac{F}{m} \quad (21)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \quad (22)$$

$$\eta = \frac{\lambda k_2}{m} \quad (23)$$

$$g'(x) = \begin{cases} \eta x & x \geq 0, x \leq -\Delta x \\ 0 & -\Delta x < x < 0 \end{cases} \quad (24)$$

式中: ω_0 为系统的固有频率; F_0 为外扰幅值系数; η 为分段刚度项系数; λ 为分段刚度的控制系数。

由于热轧机水平振动系统为弱非线性系统,因此,给式 (24) 中的非线性项冠以小参数 ε 。同时,设外激励频率 ω 接近 ω_0 , 即 $\omega^2 = \omega_0^2 - \varepsilon\sigma$, 其中 σ 为调谐参数。当 ε 充分小时,系统运动越接近周期运动,则式 (24) 可表示为:

$$\ddot{x} + \omega^2x = \varepsilon f(x, \dot{x}, \omega t) \quad (25)$$

$$f_1(x, \dot{x}, \omega t) = F_0 \sin \omega t - \xi \dot{x} - \alpha \dot{x}^2 + \beta \dot{x}^3 - g'(x) - \sigma x \quad (26)$$

式中： f_1 为关于位移、速度和频率的非线性函数。

运用平均法求解振动系统响应，设式 (26) 具有式 (27) 形式的解：

$$\begin{aligned} x &= a \cos(\omega t - \theta) \\ \varphi &= \omega t - \theta \end{aligned} \quad (27)$$

式中： a 和 θ 为关于时间 t 的慢变函数， a 同时也为热轧机水平振动幅值； φ 为相位角。

通过推导，可以得到 a 和 θ 的微分方程，然后在周期 $(-\pi, \pi)$ 内对其进行积分，最后求其平均值，可得平均化方程为：

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\varepsilon}{2\pi\omega} \int_{-\pi}^{\pi} f_1(a \cos \varphi, -a\omega \sin \varphi, \varphi + \theta) \sin \varphi d\varphi \\ \dot{\theta} = \frac{\varepsilon}{2\pi a \omega} \int_{-\pi}^{\pi} f_1(a \cos \varphi, -a\omega \sin \varphi, \varphi + \theta) \cos \varphi d\varphi \end{cases} \quad (28)$$

当式 (28) 中 $\dot{a}=0$ 、 $\dot{\theta}=0$ 时，振动系统具有稳定的振动幅值和频率。消去式 (28) 中的 θ 项，可得热轧机水平振动系统的幅频特性方程为：

$$\left(-\xi\omega - \frac{3}{4}\beta a^2\right)^2 + (\eta + \sigma)^2 = \frac{F_0^2}{a^2} \quad (29)$$

由式 (29) 可以看出，线性阻尼项系数 ξ 、动态摩擦力三次非线性项系数 d_3 、分段刚度项系数 η ，以及外扰幅值系数 F_0 对抑制热轧机辊系振动有着重要作用。

3 热轧机工作辊水平振动幅频特性

以某热轧机实际结构参数和工艺参数为例，研究工作辊水平振动幅频的特性，具体数据见表 1。

表 1 某热轧机轧制参数

Table 1 Rolling parameters of a hot rolling mill

参数	数值
m/kg	1.44×10^5
$c_1/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	8.5×10^5
$k_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	9.9×10^8
$k_2/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	1.65×10^9
R/m	0.42
B/m	1.35
H/m	0.0141
h/m	0.0082
τ_b/Pa	5.5×10^6
τ_f/Pa	3.8×10^6
$v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2.0
μ_0	0.25

图 3~图 6 为不同轧制参数变化时对热轧机水平振动幅频特性的影响曲线。图 3 为工作辊到左侧牌坊的线性阻尼系数变化下的热轧机水平振动幅频曲线。可以看到，随着 ζ 的增大，振动幅值逐渐下降，且振动曲线无偏移，说明线性阻尼仅影响振动幅值的大小。

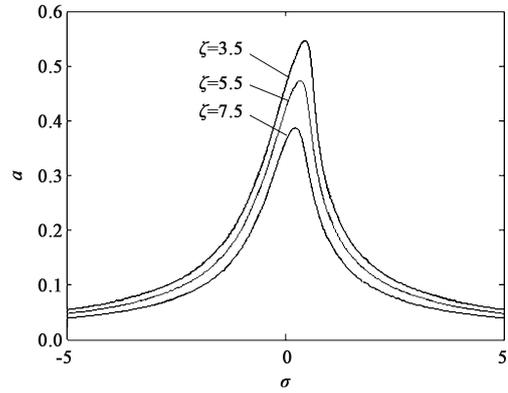


图 3 不同线性阻尼系数 ζ 下的水平振动幅频曲线
Fig. 3 Amplitude frequency curves of horizontal vibration under different linear damping coefficients ζ

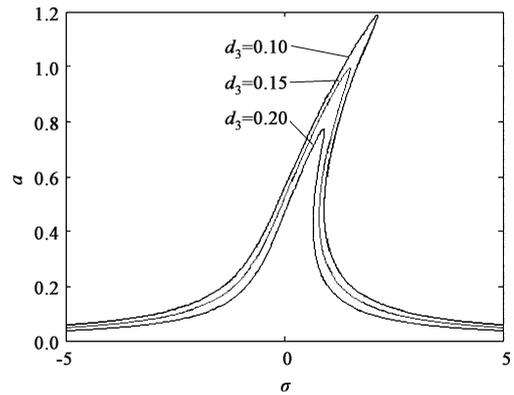


图 4 不同动态摩擦力三次非线性项系数 d_3 下的水平振动幅频曲线
Fig. 4 Amplitude frequency curves of horizontal vibration under different cubic nonlinear term coefficients d_3 for dynamic friction force

图 4 展现了轧制界面间动态摩擦力三次非线性项系数 d_3 变化时热轧机水平振动的幅频特性。随着系数的增大，系统的幅值降低，偏移的振动区域逐渐收缩。这是因为：增大非线性摩擦力，相当于增大了轧机辊系的阻尼，从而使振动系统的幅值减小，因此，适当增大非线性摩擦力可有效抑制系统振动。

图 5 为分段刚度项系数 η 变化时，即工作辊轴承座与牌坊之间的接触状态发生变化时的热轧机振动系统幅频曲线。可以看到，随着 η 的增大，振动区域增大，且振动系统出现多解值，即发生了跳跃现象，这将导致轧机在一定范围内发生较强振动，

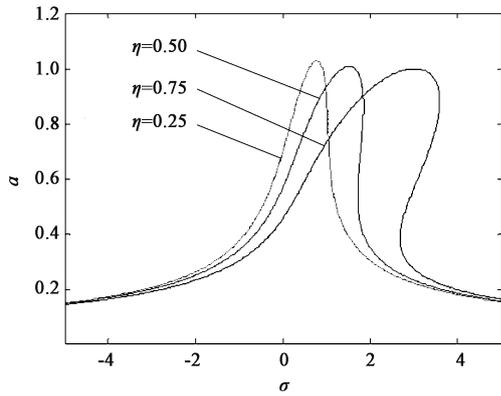


图 5 不同分段刚度项系数 η 下的水平振动幅频曲线
Fig. 5 Amplitude frequency curves of horizontal vibration under different piecewise stiffness term coefficients η

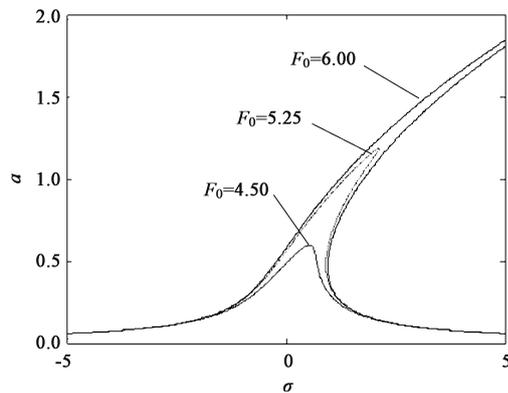


图 6 不同外扰幅值系数 F_0 下的水平振动幅频曲线
Fig. 6 Amplitude frequency curves of horizontal vibration under different external disturbance amplitude coefficients F_0

使得轧件表面出现振痕。可以通过在轴承座与牌坊(机架)间安装可以自由伸缩的液压衬板来有效减弱这一现象。

图 6 为外扰幅值系数 F_0 变化时的幅频曲线, 可以看到, 随着系数的增大, 系统的振幅增大, 曲线骨干向右偏移, 有效振动区域扩大, 这标志着在工业现场热轧机将进入混乱的振动状态, 导致带钢质量和精度下降, 这说明热轧机振动系统对于外部扰动非常敏感, 在轧制过程中常会因为这个原因而失稳。

4 热轧机工作辊水平振动分岔特性

采用混沌理论, 依据式 (9) 和表 1 中的轧制参数, 利用仿真方法研究外部激励变化下热轧机水平振动的动态混沌和分岔行为。

图 7 为外扰幅值系数 F_0 变化下的局部分岔图,

图 8 为图 7 对应的 Lyapunov 指数图, 图 9~图 14 为不同外扰幅值系数 F_0 对应的相轨迹和庞加莱映射。

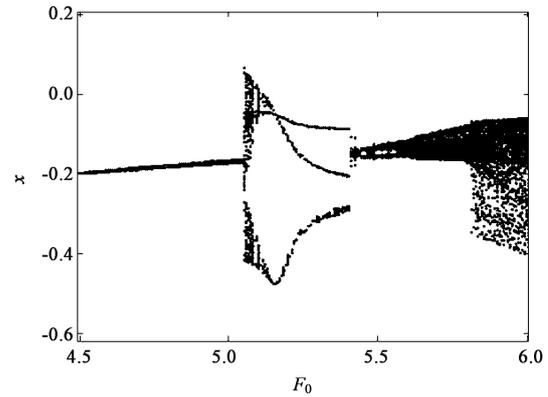


图 7 外扰幅值系数 F_0 变化下的局部混沌分岔图

Fig. 7 Local chaotic bifurcation diagram with variation of external disturbance amplitude coefficient F_0

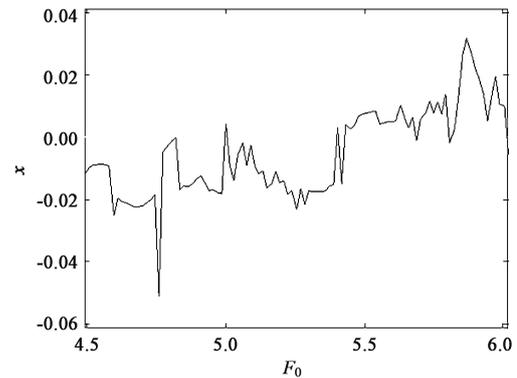


图 8 轧机振动系统随 F_0 变化的最大 Lyapunov 指数曲线

Fig. 8 Maximum Lyapunov exponent curve of rolling mill vibration system with variation of F_0

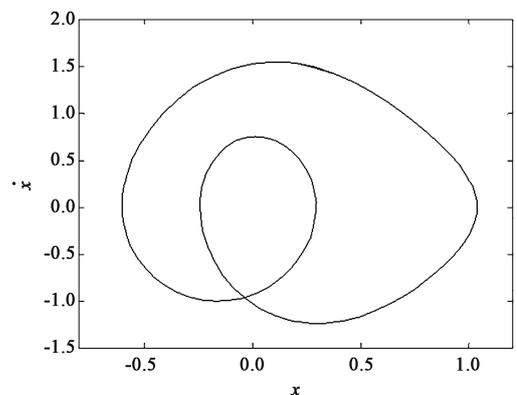


图 9 外扰幅值系数 F_0 为 4.50 时轧机振动系统的相轨迹

Fig. 9 Phase path of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 4.50

由分岔图可以看到, F_0 处于 4.50~5.00 区间时, 系统处于周期运动, 其对应的 Lyapunov 指数为

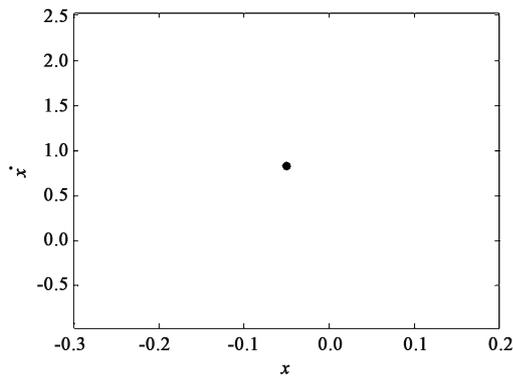


图10 外扰幅值系数 F_0 为 4.50 时轧机振动系统的庞加莱映射

Fig. 10 Poincaré map of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 4.50

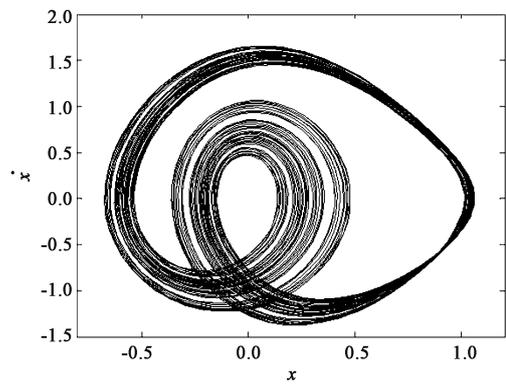


图13 外扰幅值系数 F_0 为 6.00 时轧机振动系统的相轨迹

Fig. 13 Phase path of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 6.00

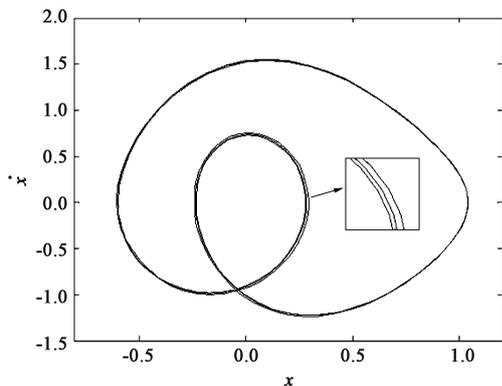


图11 外扰幅值系数 F_0 为 5.25 时轧机振动系统的相轨迹

Fig. 11 Phase path of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 5.25

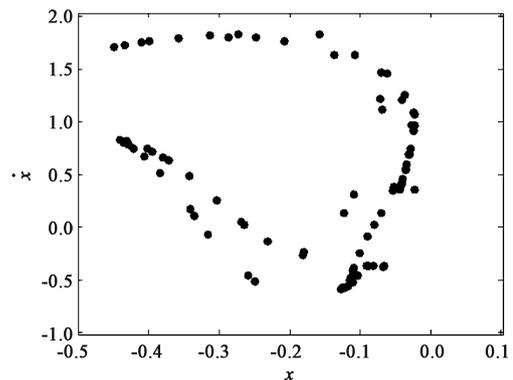


图14 外扰幅值系数 F_0 为 6.00 时轧机振动系统的庞加莱映射

Fig. 14 Poincaré map of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 6.00

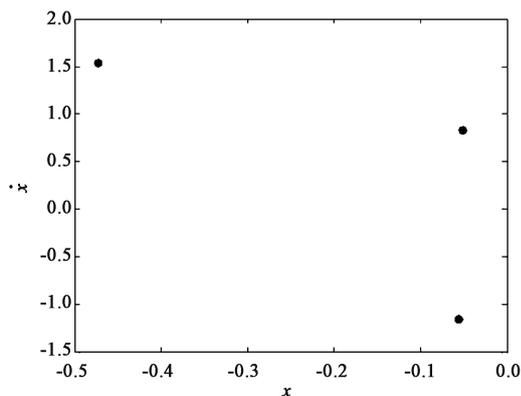


图12 外扰幅值系数 F_0 为 5.25 时轧机振动系统的庞加莱映射

Fig. 12 Poincaré map of rolling mill vibration system with external disturbance amplitude coefficient F_0 of 5.25

零或负值，相应的相轨迹为一条自相交的封闭曲线（图9），庞加莱映射为一不动点（图10），这是因为：在该区间外激励幅值较小，对振动系统的影响较小，轧机辊系处于稳定状态。 F_0 处于 5.00~5.40

区间时，系统先由周期运动进入阵发性混沌运动，对应的 Lyapunov 指数为正值，紧接着轧机振动系统退化为周期三运动，对应的相轨迹变为一条自相交的三轨道封闭曲线（图11），庞加莱映射为3个不动点（图12），这是因为：轧机系统处于相对稳定状态，但也将出现轻微振动，在工业现场，此时应采取相应措施尽量消除振动。

在 $F_0 > 5.40$ 之后，振动系统由周期三运动过渡到阵发性混沌，随后最终进入混沌状态，对应的 Lyapunov 指数值均大于零。此时轧机振动系统将会发生较为强烈的振动，这是因为：随着外激励的进一步增大，激励频率接近轧机的固有频率，导致系统发生共振，振幅增大。图13为外激幅值系数 $F_0 = 6.00$ 时的相轨迹，相轨迹呈现杂乱状态，对应的庞加莱映射为具有自相似的奇怪吸引子（图14）。由上述分岔行为可知，在整个外激励变化过程中，轧机系统存在稳态、准稳态和失稳状态，且多种状态

交叉变换,这是带材表面出现明暗相间条纹的重要原因之一。

5 结语

建立了相应的动态摩擦模型和分段刚度模型,基于此建立了热轧机水平方向非线性振动模型。运用实际轧制参数进行仿真研究,发现适当增大线性阻尼和非线性摩擦因数,适当减弱工作辊轴承座与牌坊之间的碰撞和减小外部扰动的影响,均能较好地抑制热轧机辊系的振动。最后运用数值模拟,发现在外扰力变化下热轧机的水平振动系统存在周期、倍周期以及混沌运动,且多种运动形式交替变换。结果表明:适当地减小外激励的大小可以有效地抑制混沌的发生,且得到了稳态与非稳态的工艺参数区域与临界值。研究结论可进一步为研究和减小热轧机振动问题提供一定的理论参考。

参考文献:

- [1] Niziol J, Swiatonowski A. Numerical analysis of the vertical vibration of rolling mill and their negative effect on the sheet quality [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2005, 162: 546-550.
- [2] Efrain U. Identification and countermeasures to resolve hot strip mill chatter [J]. *AISE Steel Technology*, 2001, 78 (6): 48-52.
- [3] Fan X B, Zang Y, Jin K. Rolling process and its influence analysis on hot continuous rolling mill vibration [J]. *Applied Physics-Materials Science & Processing*, 2016, 122 (12): 1008.
- [4] 彭荣荣,陶洪亮,周超. 轧件弹塑性滞后变形下冷连轧机振动行为分析 [J]. *锻压技术*, 2020, 45 (5): 146-152.
Peng R R, Tao H L, Zhou C. Analysis on vibration behavior of cold rolling mill under elastic-plastic hysteretic deformation of workpiece [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2020, 45 (5): 146-152.
- [5] 魏静静,王涛,和东平. 波纹辊轧机辊系垂直振动的仿真与分析 [J]. *锻压技术*, 2020, 45 (9): 143-147.
Wei J J, Wang T, He D P. Simulation and analysis on vertical vibration of roll system for corrugated roll mill [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2020, 45 (9): 143-147.
- [6] 王桥医,高翔,蒋鑫,等. 基于动态辊缝轧机垂直振动仿真及工程验证 [J]. *杭州电子科技大学学报:自然科学版*, 2016, 36 (1): 63-69.
Wang Q Y, Gao X, Jiang X, et al. Vertical vibration simulation and project verification based on the dynamic roll gap of rolling mill [J]. *Journal of Hangzhou Dianzi University: Natural Sciences*, 2016, 36 (1): 63-69.
- [7] 刘彬,王营辉,姜佳磊,等. 轧机主动系统扭振减振器参数设计及特性分析 [J]. *计量学报*, 2020, 41 (11): 1391-1397.
- [8] 张瑞成,杨蔚海,梁卫征,等. 板带轧机主传动非线性系统扭振控制 [J]. *控制工程*, 2018, 25 (12): 2128-2133.
Zhang R C, Yang W H, Liang W Z, et al. Torsional vibration control of strip rolling mill main drive nonlinear system [J]. *Control Engineering of China*, 2018, 25 (12): 2128-2133.
- [9] Yan X Q, Sun Z H, Chen W Q. Vibration control in thin slab hot strip mills [J]. *Ironmaking and Steelmaking*, 2011, 38 (4): 309-313.
- [10] Zheng Y J, Xie Z H, Li Y G, et al. Spatial vibration of rolling mills [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2013, (4): 581-588.
- [11] 孙建亮,彭艳,高亚南,等. 热连轧机水平振动仿真与实验研究 [J]. *中南大学学报:自然科学版*, 2015, 46 (12): 4497-4503.
Sun J L, Peng Y, Gao Y N, et al. Simulation and experiment of horizontal vibration of hot tandem rolling mill [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2015, 46 (12): 4497-4503.
- [12] 孙建亮,刘宏民,李琰,等. 热连轧机水平振动及其与轧制参数影响关系 [J]. *钢铁*, 2015, 50 (1): 43-49.
Sun J L, Liu H M, Li Y Y, et al. Horizontal vibration of hot rolling mill and its relationship with rolling parameters [J]. *Iron and Steel*, 2015, 50 (1): 43-49.
- [13] Yan X Q, Bao M, Zhu G H, et al. Research on the impact of AGC vibration on the horizontal vibration of the roll system for CSP rolling mill [J]. *Advanced Materials Research*, 2011, 139-141: 2409-2412.
- [14] 李丽,郝宇超,李震,等. 冷连轧机多种水平共振状态特性对比研究 [J]. *锻压技术*, 2021, 46 (10): 168-175.
Li L, Hao Y C, Li Z, et al. Comparative study on characteristics of multiple horizontal resonance states for tandem cold rolling mill [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2021, 46 (10): 168-175.
- [15] 凌启辉,闫晓强,张清东,等. 双动力源作用下热轧机工作辊非线性水平振动特性研究 [J]. *振动与冲击*, 2014, 33 (12): 133-137, 175.
Ling Q H, Yan X Q, Zhang Q D, et al. Nonlinear horizontal vibration characteristics of working rolls of a hot rolling mill with dual power source [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33 (12): 133-137, 175.
- [16] 张明,彭艳,孙建亮,等. 考虑上/下工作辊非对称运动的热轧机水平振动研究 [J]. *中南大学学报:自然科学版*, 2017, 48 (12): 3239-3247.
Zhang M, Peng Y, Sun J L, et al. Horizontal vibration in hot tandem rolling mill considering asymmetric movement of upper and lower work rolls [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2017, 48 (12): 3239-3247.