

理论与实验研究

## 基于 MMC 韧性断裂准则的高强双相钢成形极限研究

杨 婷<sup>1</sup>, 张 青<sup>1</sup>, 邢承亮<sup>1</sup>, 董伊康<sup>1</sup>, 李晓广<sup>2</sup>

(1. 河钢材料技术研究院, 河北 石家庄 050000; 2. 河钢集团邯钢公司 技术中心, 河北 邯郸 056015)

**摘要:** 以高强双相钢 CR450/780DP 板材为研究对象, 设计 4 种拉伸试样进行单向拉伸试验, 获得了载荷-位移曲线与表面全场应变结果; 采用有限元仿真分析手段, 对 4 种试样的试验结果进行了对标分析, 得到了材料硬化本构模型及应力三轴度、Lode 角参数、等效塑性应变等历程数据; 采用曲面拟合优化方法标定 MMC 韧性断裂准则的断裂参数。基于 Keeler 公式及简化的 MMC 韧性断裂准则分别绘制了高强双相钢 CR450/780DP 板材的理论和预测成形极限图, 并通过半球形刚模胀形试验对预测结果进行验证。由对比结果可知, 基于 MMC 韧性断裂准则预测的成形极限曲线与试验数据的吻合程度较高, 验证了韧性断裂准则对高强双相钢 CR450/780DP 板材损伤与断裂预测的准确性与适用性。

**关键词:** 成形极限图; 高强双相钢; MMC 韧性断裂准则; 损伤; 断裂

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.08.037

**中图分类号:** TG301

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-3940 (2022) 08-0255-06

## Research on forming limit for high-strength dual-phase steel based on MMC ductile fracture criterion

Yang Ting<sup>1</sup>, Zhang Qing<sup>1</sup>, Xing Chengliang<sup>1</sup>, Dong Yikang<sup>1</sup>, Li Xiaoguang<sup>2</sup>

(1. HBIS Material Technology Research Institute, Shijiazhuang 050000, China;

2. Technical Center, HBIS Group Hansteel Company, Handan 056015, China)

**Abstract:** For the high-strength dual-phase steel CR450/780DP sheet, the four kinds of tensile specimens were designed to perform uniaxial tensile tests, and the load-displacement curve and the surface full-field strain results were obtained. Then, the test results of the four kinds of specimens were benchmarked and analyzed by the finite element simulation analysis method, and the material hardening constitutive model and the history data such as stress triaxiality, Lode angle parameters and equivalent plastic strain were obtained. Furthermore, the fracture parameters of MMC ductile fracture criterion were calibrated by surface fitting optimization method, based on the Keeler formula and simplified MMC ductile fracture criterion, the theoretical and predicted forming limit diagrams of high-strength dual-phase steel CR450/780DP sheet were drawn respectively, and the predicted results were verified by the hemispherical rigid die bulging test. The comparison results show that the forming limit curve predicted based on the MMC ductile fracture criterion is in good agreement with the experimental data, which verifies the accuracy and applicability of the ductile fracture criterion for the damage and fracture prediction of high-strength dual-phase steel CR450/780DP sheet.

**Key words:** forming limit diagram; high-strength dual-phase steel; MMC ductile fracture criterion; damage; fracture

成形极限图 (Forming Limit Diagram, FLD) 反映了材料塑性失稳前能够承受的最大变形程度, 是评价金属板材成形性能的重要指标, 已经成为产品设计与生产制造中判别材料失效和破裂的重要依据。获取 FLD 的方法有试验法、理论方法及有限元仿真方法, 试验法所需的试样数量大, 费时费力, 易受试验条件与人为因素的影响, 且预

测复杂应变路径下的材料破裂存在局限性。结合成形理论和有限元仿真方法, 可以有效地降低获取 FLD 的成本, 提高效率。

板料的拉伸失稳一般要经过两个发展阶段, 即分散性失稳与集中性失稳。Swift H W<sup>[1]</sup> 提出的分散性失稳理论认为, 在板材双向拉伸过程中, 当两个方向的拉应力均达到最大值时, 材料会出现分散性失稳现象, 适用于双向拉伸载荷的情况, 可用于预测 FLD 的第 1 象限<sup>[1-2]</sup>。Hill R<sup>[3]</sup> 提出材料的集中性失稳主要依靠局部减薄, 沿颈缩方向无长度变化, 材料的强化率与厚向的减薄率相等, 适用于预测

收稿日期: 2021-09-09; 修订日期: 2021-12-08

作者简介: 杨 婷 (1991-), 女, 硕士, 工程师

E-mail: yangting@hbisco.com

FLD 的第 2 象限<sup>[3-4]</sup>。Marciniak Z 与 Kuczyński K<sup>[5]</sup>提出的损伤失稳理论 (M-K 凹槽理论), 认为板料厚度的不均匀性会诱发断裂。部分学者研究发现, 基于 M-K 理论预测的板料的成形极限结果远大于试验得到的成形极限结果。Keeler S P 等<sup>[6]</sup>通过大量试验研究发现, 在以拉伸为主的变形中, 板料的硬化指数  $n$  和厚度  $t$  对板料的均匀变形和变形区扩展有直接影响, 进而提出经验性的 Keeler 公式<sup>[7]</sup>, 可以计算材料的近似成形极限图, 但该公式仍存在局限性。

随着连续介质损伤力学的发展, 考虑了非线性应力与应变载荷历史的韧性断裂准则 (Ductile Fracture Criterion, DFC) 已被应用于板料成形过程中的断裂预测。韧性断裂准则的参数可以通过简单的单轴拉伸试验获得, 从而应用于钣金的成形分析中, 预测板料发生断裂的起始时刻和位置。基于韧性断裂准则预测的成形极限图被命名为断裂成形极限图 (Fracture Forming Limit Diagram, FFLD), 其主应变-次应变坐标空间涵盖从单轴压缩至双轴拉伸的不同受力情况, 可以进行不同应力状态的断裂预测, 亦适用于非比例加载条件。近年来, 对韧性断裂准则的研究和应用一直属于领域热门。董国疆等<sup>[8]</sup>比较了 Mrciniak-Kuczyński 模型 (M-K 模型) 与 Lou-Huh 准则对 AA7075-T6 高强铝板成形极限图的预测精度, 证明了 Lou-Huh 准则较 M-K 模型对 AA7075-T6 板材的破裂预测更有效。陈志伟等<sup>[9]</sup>采用 Lou-Huh 准则预测了 7075-T6 高强铝板的成形极限。余海燕等<sup>[10]</sup>采用 Cockcroft-Latham 韧性断裂准则进行了 5052 铝合金板球头胀形的数值模拟, 预测所得的零件的开裂位置和裂口形状与试验结果吻合。张学广<sup>[11]</sup>使用 Lemaitre 损伤准则, 结合延性损伤与剪切损伤预测了铝合金板料的 FLD。Münstermann S 等<sup>[12]</sup>采用 MBW 模型, 研究了表面粗糙度对双相钢 DP1000 成形过程中边缘开裂的影响。此外, 基于 DFC 还可绘制材料的成形极限图。Habibi N 等<sup>[13]</sup>利用几种韧性断裂准则预测了双相钢 DP600 的 FLD, 并通过胀形试验数据对各准则进行校准, 证明了最大剪切应力、MMC (Modified-Mohr-Coulomb) 和 Lou-Huh 模型对断裂的预测结果较为精确。

本文基于 MMC 韧性断裂准则, 以高强双相钢 CR450/780DP 板材为研究对象, 设计 4 种对应不同应力状态的单轴拉伸试样, 通过拉伸试验数据计算临界断裂参数, 采用曲面拟合法得到 MMC 韧性断裂准则的相关参数, 进而绘制出高

强双相钢 CR450/780DP 板材的理论和预测成形极限图, 并通过胀形试验验证预测结果的准确性, 为高强度材料成形性能的研究提供数据参考与理论支持。

## 1 理论模型

### 1.1 MMC 韧性断裂准则

Bai Y L 和 Wierzbicki T<sup>[14]</sup>基于描述脆性断裂的 Mohr-Coulomb 准则, 引入了包含应力三轴性、Lode 角参数与等效塑性应变的加权函数, 提出了基于应变的 Modified-Mohr-Coulomb 断裂准则, 即 MMC 韧性断裂准则, 断裂应变  $\varepsilon_f$  的表达式如式 (1) 所示。

$$\varepsilon_f = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[ C_3 + \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} (1 - C_3) \left( \sec\left(\frac{\pi}{6}\bar{\theta}\right) - 1 \right) \right] \times \left[ \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6}\bar{\theta}\right) + C_1 \left( \eta + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{\pi}{6}\bar{\theta}\right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \quad (1)$$

$$\sigma = A(\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^n \quad (2)$$

式中:  $A$  和  $n$  为使用 Swift 硬化准则 (式 (2)) 获得的拟合参数;  $\sigma$  为应力;  $\varepsilon_0$  为屈服应变;  $\varepsilon_p$  为等效塑性应变;  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  为模型校准参数;  $\bar{\theta}$  为 Lode 角参数;  $\eta$  为应力三轴度。

在平面应力条件下, 式 (1) 可简化为式 (3), 这样对于某个特定的材料, 涉及到其塑性和断裂的参数仅剩  $C_1$  与  $C_2$ 。

$$\varepsilon_f = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[ \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{3}} \cos\left(\frac{\pi}{6}\bar{\theta}\right) + C_1 \left( \eta + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{\pi}{6}\bar{\theta}\right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \quad (3)$$

根据 Lode 角参数  $\bar{\theta}$  与 Lode 参数  $L$  的关系, 简化的 MMC 表达式亦可表示为:

$$\varepsilon_f = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[ \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{3 + L^2}} + C_1 \left( \eta + \frac{1}{3} \left( -\frac{L}{\sqrt{3 + L^2}} \right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \quad (4)$$

### 1.2 基于 MMC 韧性断裂准则的成形极限数学模型

一般来说, 金属薄板成形过程的任一单元体的受力情况可假设为平面应力状态,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  为三向应力,  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ 、 $\varepsilon_3$  为三向应变。当变形处于双拉平面应力状态时 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 = 0$ ), 应力比  $\alpha_1$  和应变比  $\beta_1$  分别为  $\alpha_1 = \sigma_2/\sigma_1$ 、 $\beta_1 = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ 。在比例加载条件下, 应力比  $\alpha_1$  与应变比  $\beta_1$  之间的关系式可由塑性增量理论推出, 即  $\alpha_1 = (2\beta_1 + 1)/(2 + \beta_1)$ 。应

力三轴度  $\eta$ 、Lode 参数  $L$  和断裂应变  $\varepsilon_f$  可用应力比和应变比分别表示为:

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\alpha_1 + 1}{3\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1}} \quad (5)$$

$$L = 2\alpha_1 - 1 \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2} < \beta_1 < 1 \\ \alpha_1 = (2\beta_1 + 1)/(2 + \beta_1) \\ \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_1\sqrt{\beta_1^2 + \beta_1 + 1} = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[ \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{3 + (2\alpha_1 - 1)^2}} + C_1 \left( \frac{\alpha_1 + 1}{3\sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_1 + 1}} + \frac{1}{3} \left( \frac{1 - 2\alpha_1}{\sqrt{3 + (2\alpha_1 - 1)^2}} \right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \\ \varepsilon_2 = \beta_1 \varepsilon_1 \end{array} \right. \quad (8)$$

当变形处于拉压平面应力状态时 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 = 0 \geq \sigma_3$ ), 应力比  $\alpha_2$  和应变比  $\beta_2$  分别为  $\alpha_2 = \sigma_3/\sigma_1$ 、 $\beta_2 = \varepsilon_3/\varepsilon_1$ 。同样地, 在比例加载条件下, 应力比  $\alpha_2$  与应变比  $\beta_2$  之间的关系式为  $\alpha_2 = (2\beta_2 + 1)/(2 + \beta_2)$ 。应力三轴度  $\eta$ 、Lode 参数  $L$  和断裂应变  $\varepsilon_f$  可用应力比和应变比分别表示为:

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} = \frac{\alpha_2 + 1}{3\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1}} \quad (9)$$

$$L = (\alpha_2 + 1)/(\alpha_2 - 1) \quad (10)$$

$$\varepsilon_f = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_1\sqrt{\beta_2^2 + \beta_2 + 1} \quad (11)$$

将式 (9)~式 (11) 代入式 (4) 中, 可以得到拉压应力状态下的成形极限数学模型, 即式 (12)。

$$\left\{ \begin{array}{l} -2 < \beta_1 < -\frac{1}{2} \\ \alpha_2 = (2\beta_2 + 1)/(2 + \beta_2) \\ \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_1\sqrt{\beta_2^2 + \beta_2 + 1} = \left\{ \frac{A}{C_2} \left[ \sqrt{\frac{1 + C_1^2}{3 + ((\alpha_2 + 1)/(\alpha_2 - 1))^2}} + C_1 \left( \frac{\alpha_2 + 1}{3\sqrt{\alpha_2^2 - \alpha_2 + 1}} + \frac{1}{3} \left( \frac{(\alpha_2 + 1)/(1 - \alpha_2)}{\sqrt{3 + ((\alpha_2 + 1)/(\alpha_2 - 1))^2}} \right) \right) \right] \right\}^{-\frac{1}{n}} \\ \varepsilon_2 = \beta_2 \varepsilon_1 \end{array} \right. \quad (12)$$

## 2 材料韧性断裂试验

采用厚度为 1.2 mm 的高强双相钢 CR450/780DP 冷轧板作为研究对象, 其化学成分如表 1 所示。为了实现相关材料在较宽应力状态范围内的韧性断裂, 试验设计了 4 种试样, 分别为光滑拉伸试样、R15 缺口试样、R3 缺口试样、0°拉剪试样, 试样尺寸如图 1 所示。所有试样沿轧制方向取 3 个试样, 试样均采用慢速线切割加工来保证切边精度。采用 100 kN 电子拉力试验机进行准静态拉伸试验, 试验过程采用位移控制, 加载速率设置为  $0.3 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ 。为了后续验证有限元仿真的可靠性, 在进行韧性断裂试验时, 使用了数字图像相关测量 (Digital Image Correlation, DIC) 技术, 以获得相关试件的表面应变

表 1 高强双相钢 CR450/780DP 板材的化学成分  
(%, 质量分数)

Table 1 Chemical compositions of high-strength dual-phase steel CR450/780DP sheet (%, mass fraction)

C	Mn	Si	Al	Cr	Nb	Fe
0.111	2.130	0.211	0.031	0.293	0.029	余量

场。为此, 所有试样表面喷涂散斑。同时, 为了保证散斑喷涂层不至于过于硬化而失效, 完成散斑喷涂的试样均在 30 min 内进行试验。

根据国家标准 GB/T 15825.8—2008<sup>[15]</sup>, 采用配备网格应变测试系统的 Erichsen 板材成形试验机进行半球形刚模胀形试验, 获得高强双相钢 CR450/780DP 板材在不同路径下临界颈缩时刻与临界破裂时刻的应变, 并绘制成形极限图。

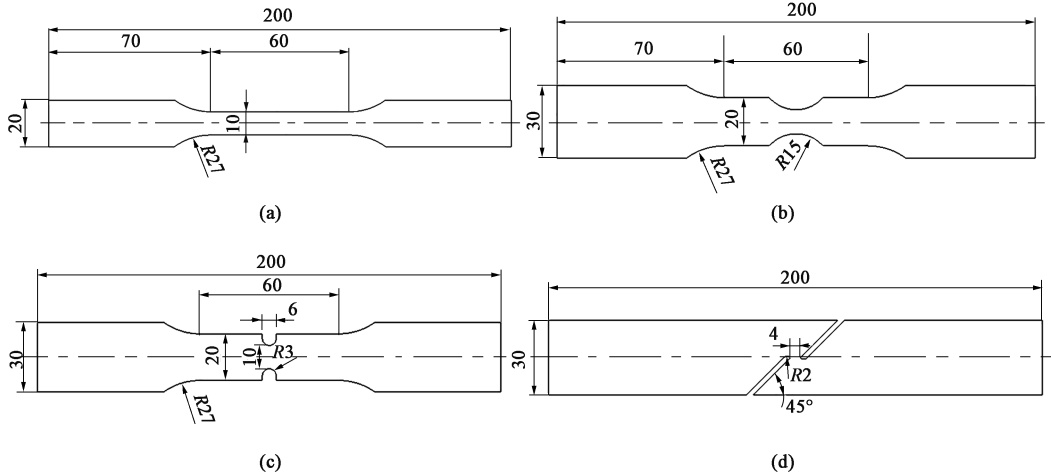


图 1 不同应力状态的拉伸测试试样

(a) 光滑拉伸试样 (b) R15 缺口试样 (c) R3 缺口试样 (d) 0°拉剪试样

Fig. 1 Tensile test specimens at different stress states

(a) Smooth tensile specimen (b) R15 notched specimen (c) R3 notched specimen (d) 0° tensile-shear specimen

3 MMC 韧性断裂准则参数校准

3.1 材料塑性本构模型

目前，常用的 Swift 硬化模型能够较好地拟合均匀塑性变形阶段的真实应力-真实应变曲线，当真实应变超过 0.15 后，材料往往会出现局部颈缩，而 Swift 模型难以描述颈缩后的真实应力-真实应变关系。因此，基于 ABAQUS/Explicit 有限元仿真软件，采用模拟结果逆推方法，将仿真载荷-位移曲线与试验曲线进行对标分析，通过不断修正优化，最终获得了材料产生颈缩后可靠的塑性应变-真实应力曲线，如图 2 所示。颈缩前 Swift 硬化模型参数与颈缩后修正的塑性应变-真实应力数据如表 2 所示。

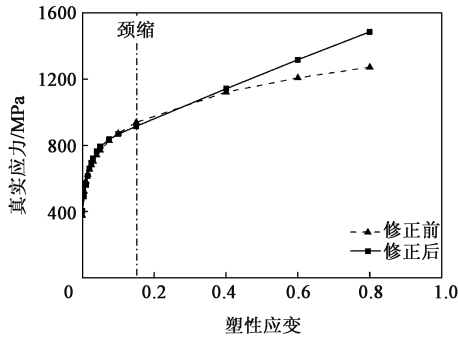


图 2 高强双相钢 CR450/780DP 的硬化模型曲线

Fig. 2 Hardening model curves of high-strength dual-phase steel CR450/780DP

表 2 硬化模型曲线修正数据

Table 2 Corrected data of hardening model curve

塑性应变 $\varepsilon$		0.00~0.15	0.40	0.60	0.80
抗变形能力	$A/\text{MPa}$	1325	1143	1317	1486
(Swift 参数)	$n$	0.182	—	—	—
	$\varepsilon_0$	0.001	—	—	—

3.2 韧性断裂准则参数及曲面

应力三轴度与 Lode 角参数等断裂相关参数很难通过试验直接测量。因此，借助基于 DIC 技术的拉伸试验与仿真分析两种手段，采用不同应力状态试样的试验与仿真结果对标方法，校准韧性断裂准则的相关参数。具体做法为：首先根据 DIC 试验表面应变结果分析推出仿真采用的单元尺寸为 0.5 mm，然后利用 ABAQUS/Explicit 软件按实际的试样尺寸建立 4 种试样标距段的几何模型，进行准静态仿真分析。为了兼顾仿真准确度和仿真成本，选用 8 节点缩减积分实体单元 (C3D8R) 单元类型，同时具有小应变梯度的区域划分出较粗大的网格。从仿真结果中提取各试样起裂点的最大载荷（临界损伤）时刻及断裂时刻的应力三轴度、Lode 角参数和等效塑性应变的历程数据，并与试验结果对比，如图 3 所示。从图 3 中可以看出，应力三轴度与 Lode 角参数在材料变形过程中并非恒定不变，而是在一定范围内变动。为了对相关韧性断裂试验的应力状态进行表征，可以应用式 (13)~式 (14) 对应力三轴度和 Lode 角参数求平均值  $\eta_{av}$  和  $\bar{\theta}_{av}$ 。

$$\eta_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \eta d\varepsilon \tag{13}$$

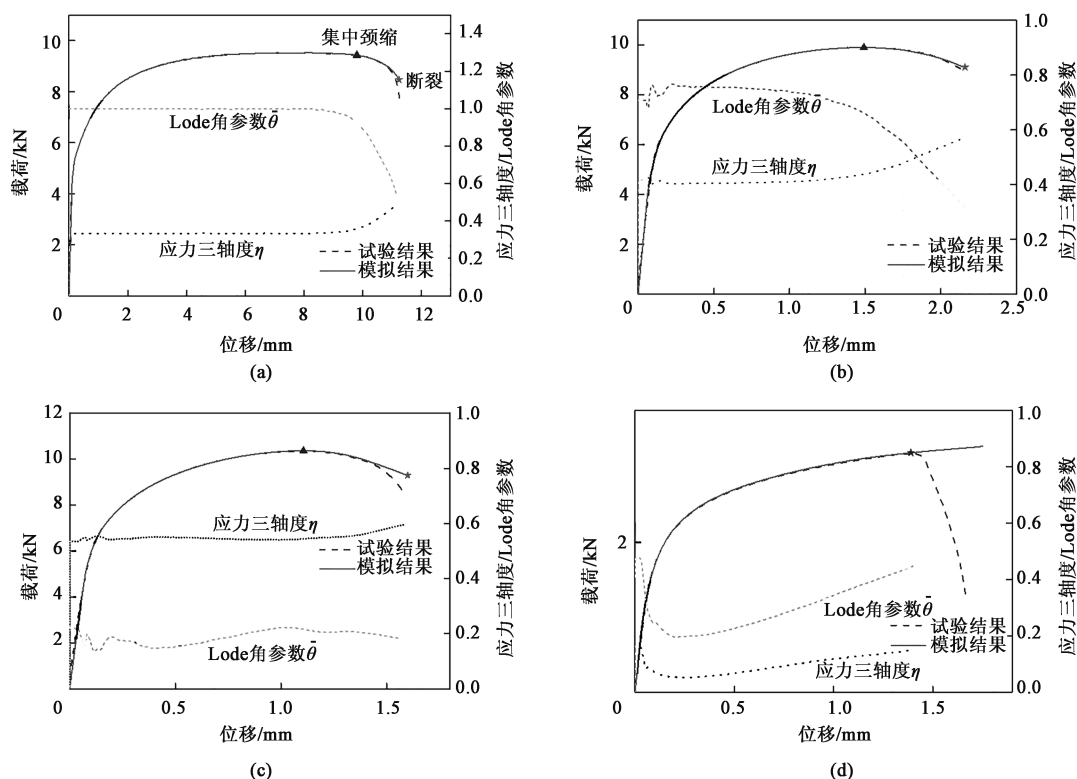


图3 不同应力状态下拉伸试验曲线与模拟仿真曲线的对标结果

(a) 光滑拉伸试样 (b) R15 缺口试样 (c) R3 缺口试样 (d) 0°拉剪试样

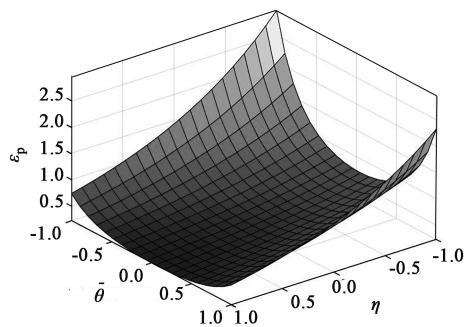
Fig. 3 Benchmarking results of tensile test curves and simulation curves at different stress states

(a) Smooth tensile specimen (b) R15 notched specimen (c) R3 notched specimen (d) 0° tensile-shear specimen

$$\bar{\theta}_{av} = \frac{1}{\varepsilon_f} \int_0^{\varepsilon_f} \bar{\theta} d\varepsilon \quad (14)$$

式中： $\varepsilon$  为塑性应变。

基于以上结果，采用优化方法在  $\eta$ 、 $\bar{\theta}$ 、 $\varepsilon_p$  三维空间坐标系中将不同应力状态试样的 MMC 韧性断裂准则的断裂曲面拟合至临界断裂试验点，从而获得断裂准则参数  $C_1 = 0.0285$ 、 $C_2 = 645.11$ ，如图 4 所示。同样地，可以获得临界损伤相关参数  $C'_1 = 0.299$ 、 $C'_2 = 716.512$ 。

图4  $\eta$ 、 $\bar{\theta}$ 、 $\varepsilon_p$  三维韧性断裂曲面Fig. 4 Three-dimensional ductile fracture surface for  $\eta$ ,  $\bar{\theta}$ ,  $\varepsilon_p$ 

## 4 成形极限图的确定与试验验证

根据式 (8) 和式 (12) 以及通过试验与仿真对标手段校准的断裂准则参数，可以得到高强双相钢 CR450/780DP 的断裂和损伤预测成形极限图，利用 Keeler 公式计算高强双相钢 CR450/780DP 的理论

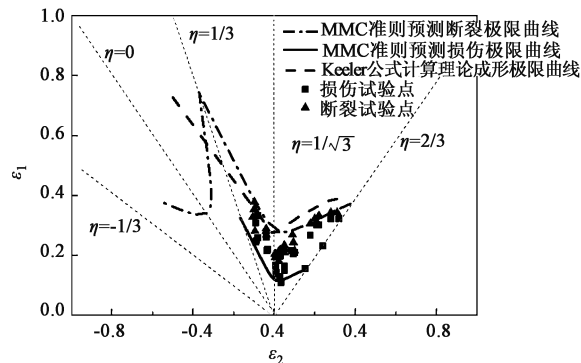


图5 基于 Keeler 公式和 MMC 韧性断裂模型的成形极限曲线与半球形刚模胀形试验结果

Fig. 5 Forming limit curves based on Keeler formula and MMC ductile fracture model and results of hemispherical rigid die bulging test

成形极限图, 同时与试验数据进行对比, 如图 5 所示。由图 5 可知, 通过胀形试验实测的损伤试验点与断裂试验点均分布在基于 MMC 韧性断裂准则的断裂和损伤预测成形极限曲线之间, 其中, 断裂预测成形极限曲线能够较好地反映拉深过程中的临界断裂情况。从图 5 可以看出, 在平面应变状态 ( $\eta = 1/\sqrt{3}$ ) 下, Keeler 公式与 MMC 韧性断裂准则的预测结果十分接近。综上可知, 基于 MMC 韧性断裂准则预测的成形极限图, 不仅可以对不同应力状态的成形极限情况进行分析, 还可以很好地预测材料的损伤与断裂。

## 5 结论

(1) 为了分析高强双相钢 CR450/780DP 材料在较宽应力状态范围内的韧性断裂, 设计了 4 种拉伸试样, 并结合 DIC 方法进行了单轴拉伸试验, 获取了试样载荷-位移曲线与表面全场应变结果; 采用韧性断裂实验和有限元仿真相结合的方法, 最终得到材料硬化本构曲线及应力三轴度、Lode 角参数、等效塑性应变等历程数据; 采用曲面拟合方法, 获得了简化 MMC 韧性断裂准则的相关参数。

(2) 为了验证断裂准则的预测能力, 对比分析了基于 Keeler 公式和简化 MMC 韧性断裂准则的预测成形极限图, 并采用胀形试验进行验证。结果显示, 基于简化 MMC 韧性断裂准则的预测成形极限图与试验结果的吻合程度较高, 证明简化 MMC 韧性断裂准则可以在较宽应力状态范围内对高强双相钢 CR450/780DP 的损伤与断裂性能进行预测, 为板材成形过程的成形性能分析提供了一种方便、精确的分析方法。

### 参考文献:

- [1] Swift H W. Plastic in stability under plane stress [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1952, 1 (1): 1-18.
- [2] 胡鹏, 彭林法, 来新民, 等. 薄板微冲压成形失稳分析与实验研究 [J]. 上海交通大学学报, 2011, 45 (1): 11-14.  
Hu P, Peng L F, Lai X M, et al. Instability analysis and experimental study of micro stamping process with thin sheet [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45 (1): 11-14.
- [3] Hill R. On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1952, 1 (1): 19-30.
- [4] 朱巍峰. 板料成形极限理论预测与应用 [D]. 秦皇岛: 燕山

大学, 2016.

Zhu W F. Sheet Forming Limit Theory Prediction and Its Application [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2016.

- [5] Marciniak Z, Kuczyński K. Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1967, 9: 609-620.
- [6] Keeler S P, Brazier W G. Relationship between laboratory material characterization and press shop formability [A]. Proceedings of Microalloying [C]. New York: 1977.
- [7] Keeler S P, Backhofen W A. Plastic instability and fracture in sheet stretched over rigid punches [J]. ASM Transaction Quarterly, 1963, 56 (11): 25-48.
- [8] Dong G J, Chen Z W, Yang Z Y, et al. Comparative study on forming limit prediction of AA7075-T6 sheet with M-K model and Lou-Huh criterion [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2020, 30 (6): 1463-1477.
- [9] 陈志伟, 赵长财, 董国疆, 等. 高强铝板韧性断裂准则参数求解及其成形极限 [J]. 中国有色金属学报, 2020, 30 (4): 763-774.  
Chen Z W, Zhao C C, Dong G J, et al. Calculation of ductile fracture parameters and forming limit of high-strength aluminum sheet [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2020, 30 (4): 763-774.
- [10] 余海燕, 王友. 5052 铝合金冲压成形过程中韧性断裂的仿真研究 [J]. 中国有色金属学报, 2015, 25 (11): 2975-2981.  
Yu H Y, Wang Y. Bulging simulation of ductile fracture of 5052 aluminum alloy [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2015, 25 (11): 2975-2981.
- [11] 张学广. 基于损伤理论的铝合金板料成形极限研究 [D]. 长春: 吉林大学, 2016.  
Zhang X G. Research on the Forming Limit of Aluminum Alloy Sheet Based on Damage Theory [D]. Changchun: Jilin University, 2016.
- [12] Münstermann S, Wechsuanmanee P, Liu W Q, et al. Surface roughness influences on localization and damage during forming of DP1000 sheet steel [J]. Procedia Manufacturing, 2019, 29: 504-511.
- [13] Habibi N, Ramazani A, Sundararaghavan V, et al. Failure predictions of DP600 steel sheets using various uncoupled fracture criteria [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 190 (1): 367-381.
- [14] Bai Y L, Wierzbicki T. Application of extended Mohr-Coulomb criterion to ductile fracture [J]. International Journal of Fracture, 2010, 161: 1-20.
- [15] GB/T 15825.8—2008, 金属薄板成形性能与试验方法 第 8 部分: 成形极限图 (FLD) 测定指南 [S].  
GB/T 15825.8—2008, Sheet metal formability and test methods—Part 8: Guidelines for the determination of forming-limit diagrams [S].