

装备与成套技术

## 液压缸非线性作用下轧机辊系振动特性及机理研究

彭荣荣<sup>1,2</sup>

(1. 南昌工学院 教育学院, 江西 南昌 330108; 2. 南昌工学院 非线性动力学及应用研究中心, 江西 南昌 330108)

**摘要:** 对轧机振动系统中液压缸的结构特点、运动特点以及相关因素的影响进行了分析, 理论研究表明, 液压缸非线性弹性作用可以由三势阱 Mathieu-Duffing 振子来描述。同时, 考虑轧机辊系结构和外激励的影响, 运用非线性动力学原理, 建立了液压缸非线性作用下轧机颤振模型。通过数值仿真分析了液压缸弹性力一次线性项、三次和五次非线性项对轧机振动系统幅频特性的影响。最后, 运用 Melnikov 定理求得轧机系统进入 Smale 马蹄存在意义下的混沌运动的临界条件, 发现轧机系统随五次非线性项系数变化时, 存在周期运动、多倍周期运动以及混沌运动等分岔行为。研究结论对揭示液压缸非线性弹性作用以及轧机振动机理具有一定的参考价值。

**关键词:** 轧机; 液压缸; 非线性效应; 幅频特性; 分岔与混沌

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2022.11.024

**中图分类号:** O322; TH113

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-3940 (2022) 11-0172-07

## Research on vibration characteristics and mechanism for rolling mill rolls under nonlinear action of hydraulic cylinder

Peng Rongrong<sup>1,2</sup>

(1. School of Education, Nanchang Institute of Science and Technology, Nanchang 330108, China;

2. Nonlinear Dynamics and Application Research Center, Nanchang Institute of Science and Technology, Nanchang 330108, China)

**Abstract:** The structural characteristics and motion characteristics of hydraulic cylinder and the influence of related factors in the rolling mill vibration system were analyzed. The theoretical research shows that the nonlinear elastic action of the hydraulic cylinder can be described by the triple-well Mathieu-Duffing oscillator. At the same time, considering the influence of the structure and external excitation for rolling mill rolls, the chatter model of rolling mill under the nonlinear action of hydraulic cylinder was established by the nonlinear dynamic principle, and the influences of the first-order linear term, the cubic nonlinear term and the quintic nonlinear term of elastic force for the hydraulic cylinder on the amplitude-frequency characteristics of the rolling mill vibration system were analyzed by numerical simulation. Finally, the critical condition for the rolling mill system to enter chaotic motion in the sense of Smale horseshoe was obtained by the Melnikov's theorem. And it was found that the rolling mill system had rich bifurcation behaviors such as periodic motion, multiple periodic motion and chaotic motion with the change of the quintic nonlinear term coefficient. Thus, the research results had a certain reference value for revealing the nonlinear elastic action of hydraulic cylinder and the vibration mechanism of rolling mill.

**Key words:** rolling mill; hydraulic cylinder; nonlinear effect; amplitude-frequency characteristics; bifurcation and chaos

在轧制过程中, 各种各样的原因导致轧机出现不同的颤振形式与振动特点, 且随着现代企业对轧制速度、带材板形与精度、表面光洁度等要求的不断提升, 轧机振动现象更为复杂多变, 使得轧机振

动问题备受关注, 对振动机理的探索成为一个需要长期解决的问题<sup>[1-2]</sup>。

对于轧机振动的机理与特性, 学者多从轧机结构、带材本身状况、轧制工艺以及生产流程等方面来进行研究, 以期找出颤振症结, 并通过采取抑振措施来达到减振的目的。Panjković V 等<sup>[3]</sup>的研究表明, 轧辊振动位移会导致机架间的轧制力波动超前, 从而产生负阻尼激振。李有智等<sup>[4]</sup>分析了机架间隙不对称, 辊缝缝差改变等因素对带钢成形质量和轧机运行稳定性的影响。Cao L 等<sup>[5]</sup>认为轧制界面间的非稳态摩擦特性对轧制稳定性起着重要作用, 并

收稿日期: 2021-11-18; 修订日期: 2022-02-19

基金项目: 2021 年度江西省教育厅科学技术研究项目 (GJJ212504); 2021 年度南昌工学院科技计划博士专项 (NGKJ-21-02); 南昌工学院非线性动力学及应用研究中心阶段性成果 (NGYJZX-2021-04)

作者简介: 彭荣荣 (1987-), 男, 博士, 副教授

E-mail: 15294476178@163.com

从微观和宏观尺度上进行了验证。彭荣荣等<sup>[6]</sup>通过分析轧件发生弹塑性形变时的特性,运用滞后曲线面积与能量消耗之间的关系,分析了不同振动参数对辊系幅频特性的影响。同时,统筹考虑动态轧制力、分段弹性力、分段摩擦力以及水平方向的分段刚度,建立了多约束作用下的轧机垂直-水平耦合振动动力学模型<sup>[7]</sup>,较深入地探索了轧机耦合振动机理。上述文献或根据轧机振动过程中表现出的特征来构建颤振模型,或从计算仿真角度模拟振动过程,从而追溯产生振动的原因,为探索振动机理和抑振提供了一定的参考价值和技术支撑。

从理论层面来讲,只要找到导致轧机振动的源头因素,加以消除,便可降低振动。众所周知,液压系统中的核心部件为液压缸,而液压缸运动时产生的非线性因素有时会对轧机的垂振产生负面影响,使得带材质量下降,导致轧机系统失稳<sup>[8]</sup>。所以,探索液压缸的振动特点,对于提升液压系统的稳定性具有十分重要的作用,长期以来,国内外学者对此均取得了一定的研究成果。侯东晓等<sup>[9]</sup>通过分析轧机辊系运动时,液压缸与辊系间的弹性作用,认为液压缸输出的弹性力表现为分段非线性特征。刘浩然等<sup>[10]</sup>在文献[9]的基础上,研究了多分段非线性振动特性,发现在分段处幅频曲线呈现出明显的拐弯现象。燕山大学刘彬教授课题组在文献[9]和文献[10]的基础上引入了具有优化参数的轧机吸振器,有效地降低了轧机振动<sup>[11-12]</sup>。对于液压缸在运行过程中出现的各类故障与诊断,学者们也进行了研究。吴炳胜等<sup>[13]</sup>运用主观诊断法和智能诊断法等不同方法对轧机液压振动系统的故障进行了诊断,并探讨了不同故障出现的原因。闫晓强等<sup>[14]</sup>设计了一种侧向液压压力振动与轧机辊系水平方向振动频率相等,而相位相反的液压振动抑制器,验证后发现具有一定的抑振效果。刘琥铖等<sup>[15]</sup>运用多层玻尔兹曼机与 BP 神经网络组成的深度置信网络诊断了液压缸内的泄漏故障,其具有较高的诊断精度。

本文以液压系统中的核心部件——液压缸为研究对象,具体分析双作用单活塞伺服液压缸的结构特点和运动特点,发现液压缸的弹性作用力可由三势阱 Mathieu-Duffing 方程来表述。在此基础上,建立了基于液压缸非线性作用下的轧机辊系振动模型,由多尺度近似法求解得到了振动系统的幅频方程,并仿真分析了液压缸非线性作用中不同振动参数变化下轧机辊系的幅频特性。最后研究了轧机振动系统的分岔和混沌行为,指出系统发生混沌的工艺参数

区域,为进一步揭示轧机振动机理提供了一定的参考。

## 1 液压缸非线性弹性作用

四辊轧机结构简图如图 1 所示,主要由支承辊、工作辊、液压缸、机架与轴承等部分组成。其中液压缸为整个液压系统中的执行元件,其通过支承辊和工作辊将作用力加载至带材,可通过改变工作辊的辊缝缝差来轧制出不同厚度的带材。

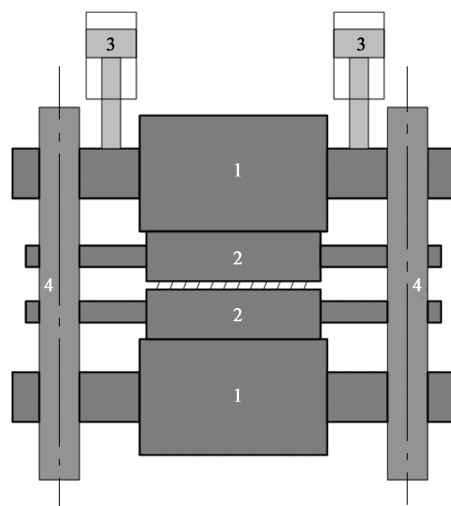


图 1 四辊轧机结构简图

1. 支承辊 2. 工作辊 3. 液压缸 4. 机架(牌坊)

Fig. 1 Schematic diagram of four rolls rolling mill structure

本文以双作用单活塞伺服液压缸为例进行分析,其工作原理如图 2 所示。液压缸中的油液在封闭的工作腔中通过压缩形成了液体弹簧,具有了弹性力,然后通过活塞杆输出,以驱动轧辊运动。

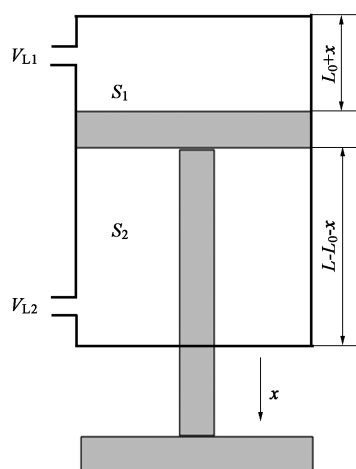


图 2 双作用单活塞伺服液压缸结构图

Fig. 2 Structure diagram of double-acting and single-piston servo hydraulic cylinder

图 2 中,  $S_1$  和  $S_2$  分别为无杆腔和有杆腔活塞的有效作用面积;  $V_{L1}$  和  $V_{L2}$  分别为阀与无杆腔、阀与有杆腔之间的管道内油液的体积;  $L$  为液压缸总行程;  $L_0$  为活塞的初始位置;  $x$  为活塞位移, 即为轧机在垂直方向的辊系振动位移。

液压缸工作时, 活塞可视为刚体。活塞位移的变化改变了两腔内的压力和油液体积, 使油液刚度随之改变。因此, 液压缸的弹性刚度  $k(x)$  可等效为两腔液压弹性刚度的并联<sup>[16-17]</sup>。

$$k(x) = \frac{ES_1^2}{S_1(L_0 + x) + V_{L1}} + \frac{ES_2^2}{S_2(L - L_0 - x) + V_{L2}} \quad (1)$$

式中:  $E$  为油液体积弹性模量。

由于  $V_{L1}$  和  $V_{L2}$  与两油腔体积值相比, 其值很小, 可忽略不计。则液压缸弹性刚度可简化为:

$$k(x) = \frac{ES_1}{L_0 + x} + \frac{ES_2}{L - L_0 - x} \quad (2)$$

将式 (2) 在振动位移  $x=0$  附近进行泰勒展开, 得:

$$k(x) = ES_1 \left( \frac{1}{L_0} - \frac{x}{L_0^2} + \frac{x^2}{L_0^3} - \frac{x^3}{L_0^4} + \frac{x^4}{L_0^5} - \frac{x^5}{L_0^6} \right) + ES_2 \left[ \frac{1}{L - L_0} + \frac{x}{(L - L_0)^2} - \frac{x^2}{(L - L_0)^3} + \frac{x^3}{(L - L_0)^4} - \frac{x^4}{(L - L_0)^5} + \frac{x^5}{(L - L_0)^6} \right] + O(x^6) \quad (3)$$

式中:  $O(x^6)$  为高阶无穷项。

由于弹性势能  $V(x)$  具有对称性, 可以表示为:

$$V(x) = \frac{1}{2}\alpha'x^2 + \frac{1}{4}\beta'x^4 + \frac{1}{6}\gamma'x^6 \quad (4)$$

式中:  $\alpha'$ 、 $\beta'$ 、 $\gamma'$  分别为一次线性项、三次和五次非线性项的系数, 且  $\alpha' = \frac{ES_1}{L_0} + \frac{ES_2}{L - L_0}$ ,  $\beta' = \frac{ES_1}{L_0^3} - \frac{ES_2}{(L - L_0)^3}$ ,  $\gamma' = \frac{ES_1}{L_0^5} - \frac{ES_2}{(L - L_0)^5}$ 。

对于不同的  $\alpha'$ 、 $\beta'$  和  $\gamma'$ , 式 (4) 有 3 种情形: 单势阱、双势阱和三势阱。本文仅考虑具有图 3 所示形式的势阱函数, 则式 (4) 为一类具有三势阱的 Mathieu-Duffing 振子。

对式 (4) 求导, 可得液压缸的弹性力  $F_k(x)$  为:

$$F_k(x) = \frac{dV(x)}{dx} = \alpha'x + \beta'x^3 + \gamma'x^5 \quad (5)$$

从式 (5) 可以看出, 液压缸弹性力是关于振动位移的非线性函数, 同时, 液压缸的非线性弹性

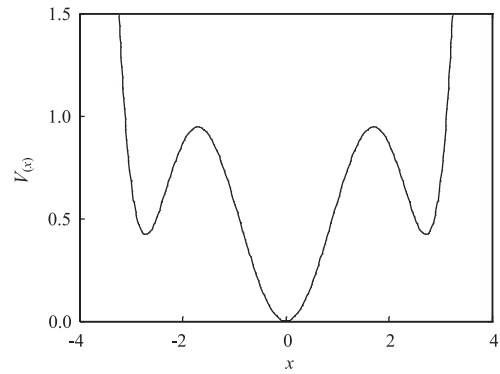


图 3 三势阱 Mathieu-Duffing 振子

Fig. 3 Triple-well Mathieu-Duffing oscillator

力可以用 Mathieu-Duffing 方程来描述。

## 2 轧机非线性振动模型及响应求解

为简化研究, 本文只针对轧机上部辊系进行分析, 建立如图 4 所示的液压缸非线性作用下的轧机辊系振动模型。图 4 中,  $m$  为上部辊系的等效质量;  $c$  和  $k$  分别为辊系间的等效线性阻尼和线性刚度;  $F_0 \cos \omega t$  为垂直方向受到的外扰激励;  $F_0$  为扰动幅值;  $\omega$  为外激频率;  $t$  为时间。

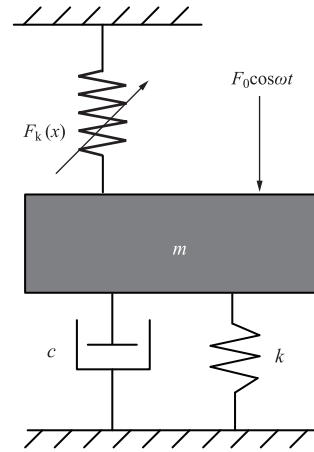


图 4 轧机辊系动力学模型

Fig. 4 Dynamic model of rolling mill rolls

根据拉格朗日原理, 可得液压缸非线性作用下轧机辊系垂直振动动力学方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + F_k(x) = F_0 \cos \omega t \quad (6)$$

为计算方便, 将式 (6) 量纲化为:

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + \omega_0^2 x + \beta x^3 + \gamma x^5 = F \cos \omega t \quad (7)$$

式中:  $\mu$ 、 $\omega_0$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $F$  均为质量的约化参数, 为常数,  $\mu = \frac{c}{m}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k + \alpha'}{m}}$ ,  $\beta = \frac{\beta'}{m}$ ,  $\gamma = \frac{\gamma'}{m}$ ,  $F = \frac{F_0}{m}$ 。

将动力学方程式 (7) 中的非线性项冠以小参数  $\varepsilon$ , 采用多尺度法对其进行求解。本文主要研究液压缸非线性作用下轧机系统的主参数共振, 即存在  $\omega = \omega_0 + \varepsilon\sigma$ , 其中  $\sigma$  为调谐参数。令:

$$x = x_0(T_0, T_1) + \varepsilon x_1(T_0, T_1) \quad (8)$$

式中:  $T_0$ 、 $T_1$  为不同的时间尺度,  $T_0 = t$ ,  $T_1 = \varepsilon t$ ;  $x_0(T_0, T_1)$  和  $x_1(T_0, T_1)$  分别为线性偏微分方程式。

将式 (8) 代入式 (7), 展开后令小参数  $\varepsilon$  的同次幂系数相等, 可得:

$$\begin{cases} D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = 0 \\ D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - \mu D_0 x_0 - \beta x_0^3 - \gamma x_0^5 + F \cos \omega t \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $D_n$  为偏微分算子符号, 且  $D_n = \partial / \partial T_n, n=0, 1$ 。

将式 (8) 的解设为复数形式:  $x_0 = A(T_1) e^{i\omega_0 T_0} + \bar{A}(T_1) e^{-i\omega_0 T_0}$ 。其中,  $i$  为虚数;  $A$  为时间  $t$  的复函数;  $\bar{A}(T_1)$  为  $A(T_1)$  的共轭复数。将  $x_0$  带入式 (9), 可得:

$$\begin{aligned} D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = & \gamma A^5 e^{5i\omega_0 T_0} - (\beta A^3 + 5\gamma A \bar{A}) A^5 e^{3i\omega_0 T_0} + \\ & (-2i\omega_0 D_1 A - i\mu \omega_0 A - 3\beta A^2 \bar{A} - \\ & 10\gamma A^3 \bar{A}^2 + F e^{i\sigma T_1} / 2) e^{i\omega_0 T_0} + CC \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $CC$  为右边各项的共轭复数。

引入复函数  $A$  的指数形式  $A(t) = a(t) e^{i\theta(t)} / 2$ , 其中,  $a$  为轧机辊系垂直振动幅值,  $\theta(t)$  为待定函数。

为避免出现久期项, 式 (10) 中  $e^{i\omega_0 T_0}$  项的系数必须为零, 即:

$$\begin{aligned} -2i\omega_0 D_1 A - i\mu \omega_0 A - 3\beta A^2 \bar{A} - \\ 10\gamma A^3 \bar{A}^2 + \frac{F}{2} e^{i\sigma T_1} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

分离式 (11) 中的实部与虚部, 且轧机振动系统处于稳态运动时, 有  $\dot{a} = 0$ 。可得液压缸非线性作用下的轧机辊系幅频响应方程为:

$$\left[ \mu^2 \omega_0^2 + \left( \frac{3}{4} \beta a^2 + \frac{5}{8} \gamma a^4 - 2\sigma \omega_0 \right)^2 \right] = \left( \frac{F}{a} \right)^2 \quad (12)$$

### 3 轧机辊系幅频特性

依据某轧机的基本结构和振动参数, 取一组量纲化参数进行仿真研究, 具体为:  $\mu = 0.3$ ,  $\alpha' = 0.75$ ,  $\beta' = -0.72$ ,  $\gamma' = 0.4$ ,  $F = 0.15$ 。

图 5 为液压缸弹性力一次线性项系数  $\alpha'$  变化时轧机振动系统的幅频曲线。可以看到, 随着  $\alpha'$  的增大, 轧机辊系幅值逐渐增大, 这是因为  $\alpha'$  与辊系间的线性刚度  $k$  有关联, 他们共同决定了轧机辊系的固有频率  $\omega_0$ 。当  $\alpha'$  增大时, 固有频率增大, 与外激频率  $\omega$  接近, 造成共振, 使得幅值增大, 振动剧烈, 最直接的表现造成轧制带材厚度不一。

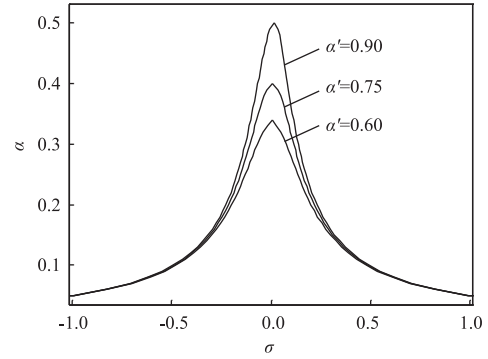


图 5 液压缸弹性力一次线性项系数变化时轧机辊系幅频曲线  
Fig. 5 Amplitude frequency curves of rolling mill rolls with changing of first-order linear term coefficients for hydraulic cylinder elastic force

图 6 为液压缸弹性力三次非线性项系数  $\beta'$  对辊系幅频特性的影响。可以看到,  $\beta'$  的改变对轧机系统振幅大小基本无影响, 但对振动曲线的弯曲程度影响较大。随着  $\beta'$  的增大, 曲线骨干向右偏移, 且出现了跳跃现象。以  $\beta' = -0.80$  为例, 具体为: 当  $\beta'$  逐步增大时, 曲线沿 1 → 2 → 3 路径运动, 此时振幅随之增大, 但轧机辊系处于稳态运动; 在点 3 处, 振幅突降, 变化至点 4, 在此过程中, 轧机系统将会发生急速剧烈颤振, 造成一定数量的废材, 在工业现场一般通过临时减速来做调节。反之, 当  $\beta'$  逐步减小时, 曲线由稳态的点 4 逐步过渡至点 5

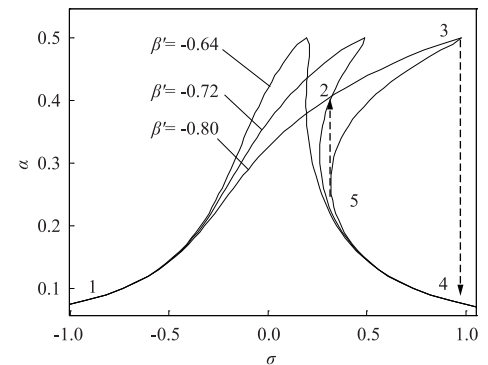


图 6 液压缸弹性力三次非线性项系数变化时轧机辊系幅频曲线  
Fig. 6 Amplitude frequency curves of rolling mill rolls with changing of cubic nonlinear term coefficients for hydraulic cylinder elastic force



处,随后振幅由点 5 处突跃至点 2 处,此时轧机辊系处于非稳态,然后沿 2→1 路径逐步恢复至稳态。

图 7 为液压缸弹性力五次非线性项系数  $\gamma'$  对轧机系统的影响状态。与  $\beta'$  相比,  $\gamma'$  变化时不仅影响辊系振幅大小,而且造成了一定的跳跃现象,这说明五次非线性项系数  $\gamma'$  对轧机幅频特性影响较大,在生产中要注意取值适当,避免振动。这也进一步验证了理论研究将液压缸非线性作用视为 Mathieu-Duffing 振子的正确性。

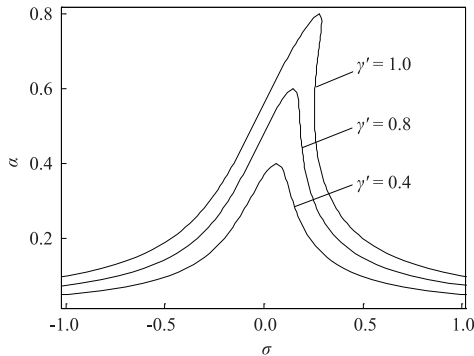


图 7 液压缸弹性力五次非线性项系数变化时轧机辊系幅频曲线  
Fig. 7 Amplitude frequency curves of rolling mill rolls with changing of quintic nonlinear term coefficients for hydraulic cylinder elastic force

#### 4 轧机辊系分岔与混沌特性

令  $\dot{x}=y$ , 则式 (7) 可写为:

$$\dot{y} = -\omega_0^2 x - \mu y - \beta x^3 - \gamma x^5 + F \cos \omega t \quad (13)$$

给式 (7) 中的非线性项冠以小参数  $\varepsilon$ , 当  $\varepsilon=0$  时, 可得振动系统的 Hamilton 量  $H(x, y)$  为:

$$H(x, y) = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{4}\beta x^4 + \frac{1}{6}\gamma x^6 \quad (14)$$

此时可得轧机振动系统的两条异宿轨道方程为:

$$\begin{cases} x_{\pm}^0(t) = \frac{\sqrt{2}Q \sinh\left(\sqrt{\frac{-2\omega_0^2}{\beta}}\right)}{\sqrt{-R + \cosh\left(\sqrt{\frac{-2\omega_0^2}{\beta}}\right)}} \\ y_{\pm}^0(t) = \frac{\sqrt{2}QT(1-R) \cosh\left(\sqrt{\frac{-2\omega_0^2}{\beta}}\right)}{2\left[-R + \cosh\left(\sqrt{\frac{-2\omega_0^2}{\beta}}\right)\right]^{\frac{3}{2}}} \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $Q = \sqrt{\frac{-\beta+N}{2\gamma}}$ ;  $T = Q \sqrt{2\gamma(M^2-1)}$ ;  $R = \frac{5-3M^2}{3M^2-1}$ ;

$$M = \frac{\beta-N}{\beta+N}; N = \sqrt{\beta^2 - 4\gamma\omega_0^2}.$$

依据 Melnikov 函数定义, 由式 (15) 可得液压缸非线性扰动作用下的异宿轨道 Melnikov 函数  $M_{\pm}^0(t_0)$  表达式为:

$$M_{\pm}^0(t_0) = -\mu I_1 + F I_2 \cos \omega t_0 \quad (16)$$

式中:  $t_0$  为时间函数;  $I_1 = \frac{Q^2 T}{2(1+R)} \times$

$$\left[ (2+R) + \frac{\arcsin R + \frac{\pi}{2}}{\sqrt{1-R}} (1+2R) \right]; I_2 = \frac{2Q\omega\pi}{T \sinh\left(\frac{\pi\omega}{T}\right)}.$$

根据 Melnikov 函数性质可知, 当  $M_{\pm}^0(t_0)$  有简单零点时, 轧机振动系统将出现 Smale 马蹄存在意义下的混沌, 即  $M_{\pm}^0(t_0) = 0$  时, 可得  $\cos \omega t_0 = \pm \mu I_1 / F I_2$ 。要使  $\cos \omega t_0$  有解, 必须有  $\mu I_1 / F I_2 < 1$ 。即满足式 (17) 的条件时, 液压缸非线性作用下轧机振动系统可发生 Smale 马蹄存在意义下的混沌现象。

$$\frac{F}{\mu} > \frac{I_2}{I_1} \quad (17)$$

由式 (16) 和式 (17) 可知, 外扰激励幅值质量约化参数  $F$  和辊系间的等效线性阻尼质量约化参数  $\mu$  的比值满足一定条件时, 将会出现混沌运动。主要的影响参数有外激频率  $\omega$ , 以及液压缸弹性力的一次线性项、三次和五次非线性项系数。根据图 5~图 7 中的仿真结果可知, 对轧机辊系振动状态影响最大的为五次非线性项系数  $\gamma'$ , 因此, 下面以  $\gamma'$  变化为例来探讨轧机辊系的分岔与混沌特性。

图 8 为随液压缸弹性力五次非线性项系数  $\gamma'$  变化时的局部分岔混沌图。图 9~图 11 为不同  $\gamma'$  处对应的相轨迹和 Poincare 截面。

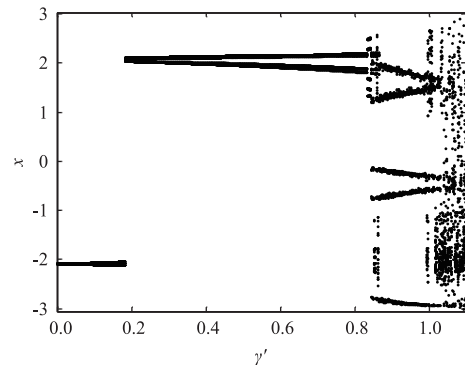
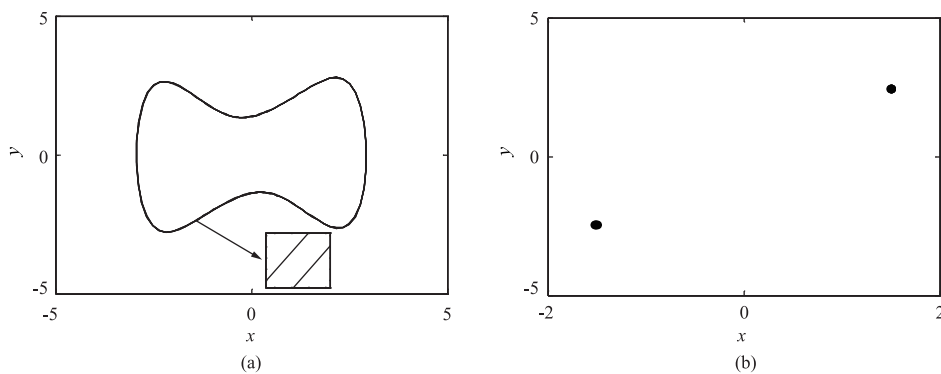
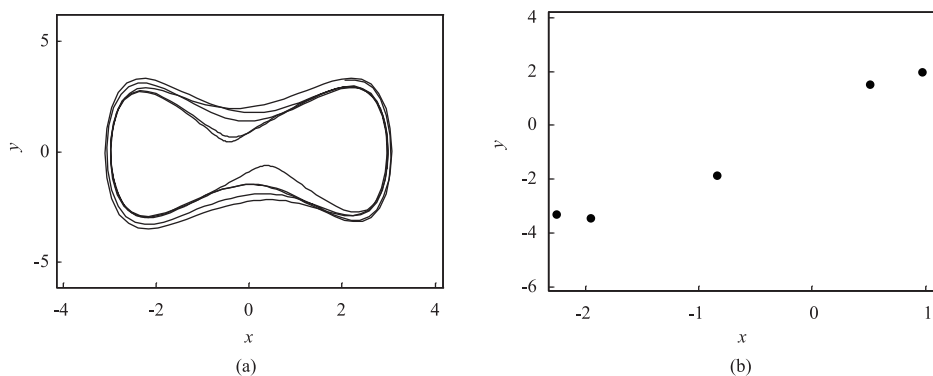
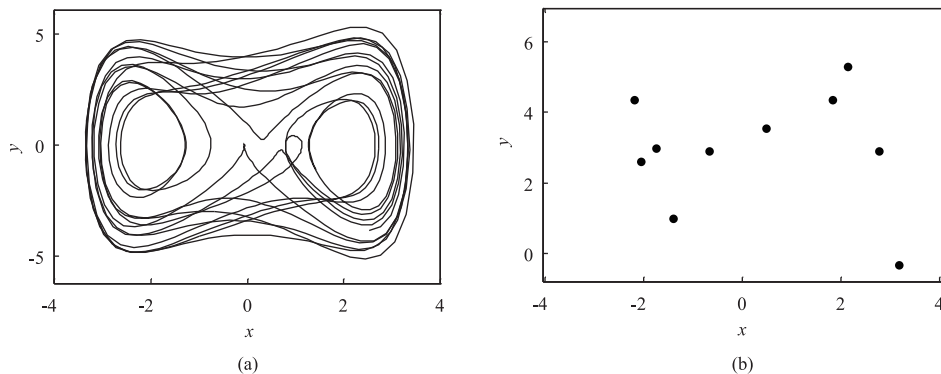


图 8 随液压缸弹性力五次非线性项系数  $\gamma'$  变化的轧机辊系分岔与混沌图

Fig. 8 Bifurcation and chaos diagram of rolling mill rolls with changing of quintic nonlinear term coefficients  $\gamma'$  for hydraulic cylinder elastic force

从图 8 可以看到, 轧机辊系的分岔行为较为丰富。在  $\gamma'$  较小时, 轧机分岔为周期运动, 此时轧机辊系处于稳态。在  $\gamma'=0.2$  处, 系统发生跳跃, 振

图 9  $\gamma' = 0.20$  时轧机辊系的相轨迹 (a) 和 Poincaré 截面 (b)Fig. 9 Phase path (a) and Poincaré section (b) of rolling mill rolls at  $\gamma' = 0.20$ 图 10  $\gamma' = 0.84$  时轧机辊系的相轨迹 (a) 和 Poincaré 截面 (b)Fig. 10 Phase path (a) and Poincaré section (b) of rolling mill rolls at  $\gamma' = 0.84$ 图 11  $\gamma' = 1.03$  时轧机辊系的相轨迹 (a) 和 Poincaré 截面 (b)Fig. 11 Phase path (a) and Poincaré section (b) of rolling mill rolls at  $\gamma' = 1.03$ 

幅增大, 辊系逐步进入 2 倍周期运动, 对应的相轨迹为两条闭合曲线 (图 9a), Poincaré 映射为 2 个固定不动点 (图 9b)。随着  $\gamma'$  的进一步增大, 轧机振动系统进入了 3 倍周期运动, 此时轧机系统处于准稳态, 在轧制现场一般会监测到轻微振动, 但不影响生产。在  $\gamma' = 0.84$  附近, 轧机辊系进入短暂的阵发性混沌, 随后退化为 5 倍周期运动, 5 倍周期运动对应的相轨迹为 5 条自相交的封闭曲线 (图

10a), Poincaré 截面为 5 个不动点 (图 10b)。随后系统发生倍周期运动, 进入了 10 倍周期运动, 对应的相轨迹和 Poincaré 截面如图 11 所示。多倍周期运动一般是发生混沌运动的先兆, 在工业现场此时已经表现出较明显的振动迹象, 可以运用现代智能监测系统提前做出监测和预判, 做出抑振措施。随着  $\gamma' > 1.05$ , 轧机辊系进入阵发性混沌, 随后彻底陷入混沌运动, 导致轧机辊系发生无规律的剧烈振动。

## 5 结语

通过理论分析,发现可由三势阱 Mathieu-Duffing 方程以揭示双作用单活塞伺服液压缸的非线性弹性作用,在此基础上建立了液压缸非线性作用下轧机辊系振动模型。首先,得到了不同振动参数和工艺参数变化下轧机辊系的幅频曲线,发现一次线性项系数仅对振动系统的幅值变化有影响,三次非线性项系数会导致振动系统出现跳跃现象,而五次非线性项系数不仅对幅值变化有较大影响,且会导致轧机辊系处于失稳状态。最后,运用 Melnikov 理论推导得到了振动系统进入混沌运动的发生条件,发现振动系统存在周期运动、2 倍周期运动、3 倍周期运动、5 倍周期运动、10 倍周期运动和混沌运动,且交叉出现阵发性混沌,分岔行为丰富,同时运用非线性振动理论对其进行验证。

本文研究结论可为进一步分析轧机振动机理和振动行为提供一定的理论参考和技术支撑。

### 参考文献:

- [1] Younghae D, Sang D K, Phil S K. Stability of fixed points placed on the border in the piecewise linear systems [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2008, 38 (2): 391-399.
- [2] 任忠凯,郭雄伟,范婉婉,等.精密极薄带轧制理论研究进展及展望 [J]. *机械工程学报*, 2020, 56 (12): 73-84.  
Ren Z K, Guo X W, Fan W W, et al. Research progress and prospects of precision ultra-thin strip rolling theory [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56 (12): 73-84.
- [3] Panjković V, Gloss R, Steward J, et al. Causes of chatter in a hot strip mill: Observations, qualitative analyses and mathematical modelling [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, 212 (4): 954-961.
- [4] 李有智,季业益,陆宝山,等.轧辊辊缝差和轧机组装间隙对精轧钢带尾板侧偏的影响 [J]. *锻压技术*, 2021, 46 (1): 116-125.  
Li Y Z, Ji Y Y, Lu B S, et al. Influence of roll gap difference and mill assembly gap on side deviation of finished steel strip tail plate [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2021, 46 (1): 116-125.
- [5] Cao L, Li X, Wang Q L, et al. Vibration analysis and numerical simulation of rolling interface during cold rolling with unsteady lubrication [J]. *Tribology International*, 2021, 153: 106604.
- [6] 彭荣荣,陶洪亮,周超.轧件弹塑性滞后变形下冷连轧机振动行为分析 [J]. *锻压技术*, 2020, 45 (5): 146-152.  
Peng R R, Tao H L, Zhou C. Analysis on vibration behavior of cold rolling mill under elastic-plastic hysteretic deformation of workpiece [J]. *Forging & Stamping Technology*, 2020, 45 (5): 146-152.
- [7] Peng R R, Zhang X Z, Shi P M. Vertical-horizontal coupling vibration of hot rolling mill rolls under multi-piecewise nonlinear constraints [J]. *Metals*, 2021, 11 (1): 170.
- [8] 张瑞成,马寅洲,高峰,等.轧机液压压下垂直系统非线性振动机理研究 [J]. *机械强度*, 2016, 38 (1): 6-11.  
Zhang R C, Ma Y Z, Gao Z, et al. Study on the non-linear vibration in the hydraulic screw down vertical system for rolling mill [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2016, 38 (1): 6-11.
- [9] 侯东晓,刘彬,时培明,等.分段非线性轧机辊系系统的分岔行为研究 [J]. *振动与冲击*, 2010, 29 (12): 132-135.  
Hou D X, Liu B, Shi P M, et al. Bifurcation of piecewise nonlinear roll system of rolling mill [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29 (12): 132-135.
- [10] 刘浩然,刘飞,侯东晓,等.多非线性弹性约束下轧机辊系振动特性 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48 (9): 89-94.  
Liu H R, Liu F, Hou D X, et al. Vibration characteristics of mill rolls under multi-segment nonlinear elastic constraints [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48 (9): 89-94.
- [11] Liu Z L, Li P, Jiang J H, et al. Research on vibration characteristics of mill rolls based on nonlinear stiffness of the hydraulic cylinder [J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2021, 64 (4): 1322-1328.
- [12] 刘彬,姜佳磊,潘贵翔,等.液压缸非线性弹簧力约束下轧机吸振器参数的优化 [J]. *计量学报*, 2019, 40 (3): 378-384.  
Liu B, Jiang J L, Pan G X, et al. Optimization of parameters of vibration absorber of rolling mill system under the nonlinear spring force of hydraulic cylinder [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2019, 40 (3): 378-384.
- [13] 吴炳胜,穆银兵.轧机液压系统的振动诊断 [J]. *液压与气动*, 2014, (1): 128-130.  
Wu B S, Mu Y B. The vibration diagnosis of mill hydraulic system [J]. *Chinese Hydraulics & Pneumatics*, 2014, (1): 128-130.
- [14] 闫晓强,杨喜恩,吴先峰.轧机水平振动侧向液压振动抑制器抑振效果仿真研究 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32 (2): 11-14.  
Yan X Q, Yang X E, Wu X F. A simulation for hydraulic device vibration-suppression effect on a rolling mill lateral vibration [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32 (2): 11-14.
- [15] 刘晓铨,陈新元,杨哲,等.轧机伺服液压缸内泄漏故障诊断研究 [J]. *机械设计与制造*, 2021, (1): 41-44.  
Liu H C, Chen X Y, Yang Z, et al. Study on leakage fault diagnosis in servo hydraulic cylinder of rolling mill [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2021, (1): 41-44.
- [16] Zhu Y, Qian P F, Tang S N, et al. Amplitude-frequency characteristics analysis for vertical vibration of hydraulic AGC system under nonlinear action [J]. *AIP Advances*, 2019, 9 (3): 035019.
- [17] Peng R R, Zhang X Z, Shi P M. Coupled vibration behavior of hot rolling mill rolls under multinonlinear effects [J]. *Shock and Vibration*, 2020, (4): 6104028.