

含侧隙的热轧机结构非对称振动

王 哲^{1,2}, 包家汉^{1,2}, 童靳于^{1,2}, 董 亮^{1,2}

(1. 安徽省液压振动工程技术研究中心, 安徽 马鞍山 243002; 2. 安徽工业大学 机械工程学院, 安徽 马鞍山 243032)

摘要: 针对某热轧机上/下辊系结构非对称、侧隙变化不同以及带材入口厚度波动等问题, 建立了动态轧制力影响下的水平-垂直耦合非对称非线性振动模型。在固有特性和位移响应的分析基础上, 研究了带材入口厚度波动幅值的变化、上/下工作辊系侧隙及摩擦力变化对轧机振动和振动非对称幅频特性的影响, 发现降低轧机结构的不对称性和带材入口厚度波动、同步减小上/下工作辊系侧隙和摩擦力, 以及上/下工作辊系侧隙相差 3/4 个周期时, 有利于提高轧机的稳定性。最后, 通过对轧机上/下工作辊系侧隙变化下的分岔行为的研究, 发现上/下工作辊系侧隙存在变化不同步问题, 使得振动系统进入非同步混沌状态, 研究结果可为轧机抑振理论提供参考。

关键词: 非对称振动; 侧隙; 振动方程; 幅频特性; 振动冲击; 混沌

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2023.06.019

中图分类号: TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3940 (2023) 06-0130-11

Asymmetric vibration for hot rolling mill structure with side clearance

Wang Zhe^{1,2}, Bao Jiahao^{1,2}, Tong Jinyu^{1,2}, Dong Liang^{1,2}

(1. Anhui Engineering Research Center of Hydraulic Vibration, Ma'anshan 243002, China;

2. School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243032, China)

Abstract: For the problems such as the asymmetrical structure of upper and lower rollers, different side clearance changes and strip inlet thickness fluctuation for a hot rolling mill, the horizontal-vertical coupled asymmetric nonlinear vibration model under the influence of dynamic rolling forces was established. On the basis of the analysis of inherent characteristics and displacement response, the influences of the change of strip inlet thickness fluctuation, the side clearance change of upper and lower rollers and the change of friction force on the mill vibration and vibration asymmetric amplitude and frequency characteristics were investigated, and it is found that reducing the asymmetry of mill structure and the strip inlet thickness fluctuation, reducing the side clearance of upper and lower rollers and the friction force simultaneously, and the side clearance difference of 3/4 cycle between upper and lower rollers were conducive to improving the stability of rolling mill. Finally, through the study on the bifurcation behavior under the side clearance change of upper and lower rollers, it is found that the side clearance change of upper and lower rollers was not synchronized, which makes the vibration system enter a non-synchronous chaotic state. Thus, the research results provide a reference for the rolling mill vibration suppression theory.

Key words: asymmetric vibration; side clearance; vibration equation; amplitude-frequency characteristics; vibration impact; chaos

轧机振动一直是制约钢铁生产的基础性问题。随着现代技术的不断提高, 对钢材产品的质量和要求也越来越高, 降低或抑制轧机振动, 是提高轧机稳定性和保证板带产品质量的关键^[1]。

轧机振动特性通常是指轧机的水平振动^[2]、垂直振动^[3]和扭转振动^[4], 以及由这 3 种振动相互耦合的振动^[5-6], 众多学者从不同角度对抑制轧机剧

烈振动做出了巨大的贡献^[7-8]。相对于轧制板坯, 轧机结构并非上下对称, 会致使轧制过程产生的振动存在上下差异, 使板带产生振纹, 根据相关理论分析, 考虑非对称因素研究轧机振动具有一定的可靠性。针对轧机振动的非对称性, 张明等^[9]对工作辊的水平非对称振动进行了研究, 表明上/下工作辊的振动相位和摩擦因素呈反向变化, 从而引起了辊身振纹的产生。任天宝等^[10]对上/下辊面的摩擦因数差异、表面辊速差异等进行了研究, 分析了上/下辊面工艺参数的非对称性对振动机理的影响。黄金磊等^[11-12]等通过对轧机上/下轧辊磨损程度的不同, 以及上/下辊面摩擦因数非对称的稳定域的研究, 得出不同程度的非对称性会使系统呈现不同的振动形

收稿日期: 2022-07-29; 修订日期: 2022-10-27

基金项目: 安徽省教育厅自然科学重大项目 (KJ2018ZD005)

作者简介: 王 哲 (1996-), 男, 硕士研究生

E-mail: wangzhe19960328@126.com

通信作者: 包家汉 (1971-), 男, 硕士, 教授

E-mail: baojiahao@126.com

$$P_x = QB_m R_1 \left(\int_0^\varphi p_s \theta d\theta + \int_\varphi^\alpha p_s \theta d\theta + \int_0^\beta p_s \theta d\theta \right) + \frac{\sigma_H h_r - \sigma_H h_c}{2} \quad (9)$$

式(7)和式(9)表示的轧制力比较复杂,基于泰勒展开原理对水平和垂直方向轧制力 P_x 和 P_y 进行非线性化:

$$\begin{cases} P_y(y_i) = P_y + \Delta P_y(y_i) = P_y + a_1 y_i + a_2 y_i^2 + a_3 y_i^3 \\ P_y(\dot{y}_i) = P_y + \Delta P_y(\dot{y}_i) = P_y + a_4 \dot{y}_i + a_5 \dot{y}_i^2 + a_6 \dot{y}_i^3 \\ P_y(\Delta h_{ri}) = P_y + \Delta P_y(\Delta h_{ri}) = P_y + b_1 \Delta h_{ri} + b_2 \Delta h_{ri}^2 + b_3 \Delta h_{ri}^3 \\ P_x(x_i) = P_x + \Delta P_x(x_i) = P_x + c_1 x_i + c_2 x_i^2 + c_3 x_i^3 \\ P_x(\dot{x}_i) = P_x + \Delta P_x(\dot{x}_i) = P_x + c_4 \dot{x}_i + c_5 \dot{x}_i^2 + c_6 \dot{x}_i^3 \\ P_x(\Delta h_{ri}) = P_x + \Delta P_x(\Delta h_{ri}) = P_x + d_1 \Delta h_{ri} + d_2 \Delta h_{ri}^2 + d_3 \Delta h_{ri}^3 \end{cases} \quad (10)$$

式中: ΔP_x 、 ΔP_y 分别为动态轧制力水平和垂直方向的非线性表达; $a_1 \sim a_3$ 、 $c_1 \sim c_3$ 分别为垂直和水平方向的辊缝厚度变化刚度系数; $b_1 \sim b_3$ 、 $d_1 \sim d_3$ 分别为垂直和水平方向的入口厚度变化刚度系数; $a_4 \sim a_6$ 、 $c_4 \sim c_6$ 分别为垂直和水平方向的轧制速度变化阻尼系数; x_i 和 y_i 分别为水平和垂直方向的位移 ($i=3, 5$)。

2 轧机非对称模型振动特性分析

为了便于识别轧机本身的振动特性,对其固有特性和位移特性进行求解和分析,忽略系统阻尼、摩擦和侧隙等因素,建立无阻尼多自由度系统的水平和垂直方向的自由振动:

$$\begin{cases} [M_x] \ddot{\mathbf{x}} + [K_x] \mathbf{x} = \{0\} \\ [M_y] \ddot{\mathbf{y}} + [K_y] \mathbf{y} = \{0\} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $[M_x]$ 和 $[M_y]$ 分别为水平和垂直方向的质量矩阵; $[K_x]$ 和 $[K_y]$ 分别为水平和垂直方向的刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{x}}$ 、 $\ddot{\mathbf{y}}$ 分别为水平和垂直方向加速度向量; \mathbf{x} 、 \mathbf{y} 分别为水平和垂直方向的位移向量。

相关参数见表1,轧机结构对称时取上辊系结构参数,通过 Matlab 数值计算^[16]求得轧机结构非对称和对称时水平和垂直方向各阶固有频率,如表2和表3所示。

对比两种模型的固有频率不难发现,相对于非对称模型水平和垂直方向的固有频率,对称模型的

表2 水平方向固有频率 (Hz)

Table 2 Inherent frequencies in horizontal direction (Hz)

阶数	1	2	3	4	5
非对称	21.4	40.2	51.2	61.7	220.2
对称	21.2	22.6	40.7	52.2	220.2

表3 垂直方向固有频率 (Hz)

Table 3 Inherent frequencies in vertical direction (Hz)

阶数	1	2	3	4	5	6	7
非对称	43.0	72.0	97.2	188.3	195.1	218.6	240.4
对称	42.1	46.5	97.1	126.7	189.3	197.2	219.4

各阶固有频率均有减小,同时,两种模型的固有特性差异主要体现在水平方向的第2~4阶,以及垂直方向的第2、4、6和7阶,且水平方向非对称性较小,垂直方向差异较大,这与轧机垂直方向结构差异较大相对应。

图3~图6为轧机系统在水平和垂直方向初始位移均为2 mm、初始速度均为 $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,上/下工作辊振动位移响应仿真结果。可以发现,水平和垂直方向的振动波形均呈现出“拍振”现象,对比两个方向、结构对称与非对称的位移响应,随着结构对称性的提高,系统产生的“拍振”现象有所减弱,系统稳定性相对有所提高。综合固有频率、系统发生共振时的优势频率以及位移响应分析,提高轧机的结构对称性,可降低系统的各阶固有频率,同时轧机系统的稳定性也可得到提高。

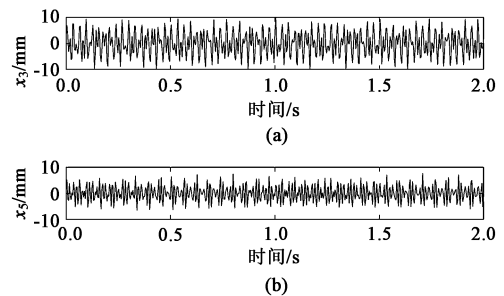


图3 水平方向结构非对称时的位移响应

(a) x_3 (b) x_5

Fig. 3 Displacement responses of asymmetric structure in horizontal direction

3 轧机耦合非对称振动稳定性分析

考虑压下油缸和上/下支撑辊弯曲刚度非线性因素的影响,采用 Duffing 振子^[17]将系统中的 K_2 、 K_{x2} 、 K_{x6} 分别表示为 $(A_1 + A_2 x_2^2)$ 、 $(A_3 + A_4 x_2^2)$ 、 $(A_5 +$

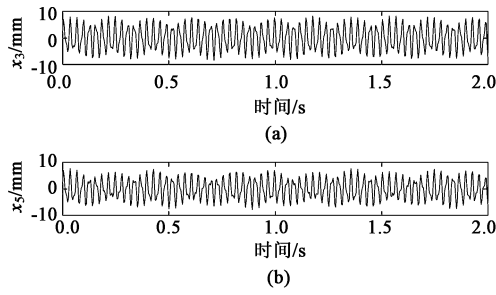


图 4 水平方向结构对称时的位移响应

(a) x_3 (b) x_5

Fig. 4 Displacement responses of symmetrical structure in horizontal direction

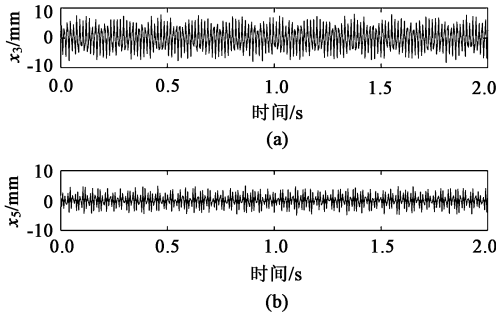


图 5 垂直方向结构非对称时的位移响应

(a) x_3 (b) x_5

Fig. 5 Displacement responses of asymmetric structure in vertical direction

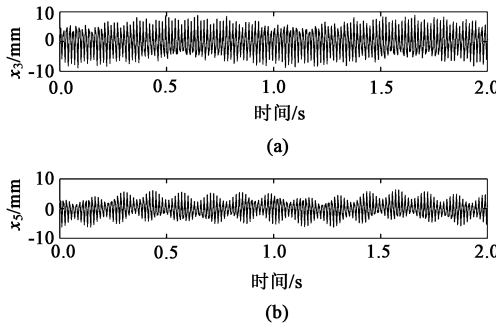


图 6 垂直方向结构对称时的位移响应

(a) x_3 (b) x_5

Fig. 6 Displacement responses of symmetrical structural in vertical direction

$A_6 x_6^2$)。相关数据的选取参考表 1, $A_1 = K_2$, $A_3 = K_{x2}$, $A_5 = K_{x6}$, 另外取 $A_2 = |a_3|$, $A_4 = |c_3|$, $A_6 = |c_3|$ 。工作辊与机架侧隙的水平振动位移用分段函数表示为:

$$g(x_i) = \begin{cases} x_i, & x_i \leq \Delta X_i \text{ 或 } x_i \geq 0, i = 3, 5 \\ 0, & -\Delta X_i \leq x_i \leq 0, i = 3, 5 \end{cases} \quad (12)$$

根据图 1 对上/下辊系幅频响应进行分析,由牛顿定律建立轧机非线性耦合振动方程。

$$\begin{cases} M_2 \ddot{x}_2 + (K_{x2} + K_{x23})x_2 - K_{x23}x_3 = 0 \\ M_3 \ddot{x}_3 + (K_x + K_{x23})x_3 + \Delta P_x(x_3) + \Delta P_x(\dot{x}_3) - \\ K_{x23}x_2 + K_{x3} \cdot g(x_3) + C_{x3} \cdot g(\dot{x}_3) = \Delta P_x(\Delta h_{r3}) \\ M_5 \ddot{x}_5 + (K'_x + K_{x56})x_5 + \Delta P_x(x_5) + \Delta P_x(\dot{x}_5) - \\ K_{x56}x_5 + K_{x5} \cdot g(x_5) + C_{x5} \cdot g(\dot{x}_5) = \Delta P_x(\Delta h_{r5}) \\ M_6 \ddot{x}_6 + (K_{x6} + K_{x56})x_6 - K_{x56}x_5 = 0 \\ M_1 \ddot{y}_1 + (K_1 + K_2)y_1 - K_2 y_2 = 0 \\ M_2 \ddot{y}_2 + (K_2 + K_3)y_2 + C_3 \dot{y}_2 - K_2 y_1 - K_3 y_3 - C_3 \dot{y}_3 + \\ \mu_1 K_{x2} x_2 = 0 \\ M_3 \ddot{y}_3 + (K_3 + K_4)y_3 + \Delta P_y(y_3) + \Delta P_y(\dot{y}_3) + \\ (C_3 + C_y) \dot{y}_3 - K_3 y_2 - C_3 \dot{y}_2 + \mu_2 K_x x_3 + \\ \mu_3 K_{x3} \cdot g(x_3) = \Delta P_y(\Delta h_{r3}) \\ M_5 \ddot{y}_5 + (K'_4 + K_5)y_5 + \Delta P_y(y_5) + \Delta P_y(\dot{y}_5) + \\ (C'_y + C_5) \dot{y}_5 - K_5 y_6 - C_5 \dot{y}_6 + \mu'_2 K'_x x_5 + \\ \mu'_3 K_{x5} \cdot g(x_5) = \Delta P_y(\Delta h_{r5}) \\ M_6 \ddot{y}_6 + (K_5 + K_6)y_6 + C_5 \dot{y}_6 - K_5 y_5 - K_6 y_7 - C_5 \dot{y}_5 + \\ \mu'_1 K_{x6} x_6 = 0 \\ M_7 \ddot{y}_7 + (K_6 + K_7)y_7 - K_6 y_6 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: \ddot{x}_i 和 \ddot{y}_i 分别为水平和垂直方向的加速度; μ_1 和 μ'_1 分别为上/下工作辊系侧隙的摩擦因数; μ_2 和 μ'_2 分别为上/下支撑辊系与机架的摩擦因数; μ_3 和 μ'_3 分别为轧件上/下表面的摩擦因数。

3.1 幅频响应求解

设 $\Delta h_{ri} = \Delta H \cos(\Omega t)$, 其中, $\Omega = 0 \sim 2\pi$, ΔH 为带钢入口厚度波动幅值, t 为时间, 利用倍角公式进行化简^[18], 将系统各个参数分别除以质量 M_i 化为单位质量参数, 取非线性项的 1 次项和 3 次项^[19], 令各个单位质量参数分别为:

$$\{\omega_j'^2, \beta_j, \vartheta_j, \eta_j, \lambda_j, \zeta_j, \nu_j, \chi_j, \gamma_j, \xi_j\}, \quad (j = 1 \sim 10) \quad (14)$$

入口厚度波动参数也分别除以质量 M_i , 令其分别等于: $\{P_{u0}, P_{u1}\}$, ($u=1 \sim 4$)。

将式 (13) 进行整理化简为:

$$\begin{cases}
\ddot{x}_2 + \omega_1'^2 x_2 + \beta_1 x_2^3 + \lambda_1 x_3 = 0 \\
\ddot{x}_3 + \omega_2'^2 x_3 + \beta_2 x_3^3 + \vartheta_2 \dot{x}_3 + \eta_2 \dot{x}_3^3 + \lambda_2 x_2 + \\
\gamma_2 g(x_3) + \xi_2 g(\dot{x}_3) = (P_{10} + 3P_{11}) \cos(\Omega t) \\
\ddot{x}_5 + \omega_3'^2 x_5 + \beta_3 x_5^3 + \vartheta_3 \dot{x}_5 + \eta_3 \dot{x}_5^3 + \lambda_3 x_6 + \\
\gamma_3 g(x_5) + \xi_3 g(\dot{x}_5) = (P_{20} + 3P_{21}) \cos(\Omega t) \\
\ddot{x}_6 + \omega_4'^2 x_6 + \beta_4 x_6^3 + \lambda_4 x_5 = 0 \\
\ddot{y}_1 + \omega_5'^2 y_1 + \beta_5 y_1^3 + \lambda_5 y_2 = 0 \\
\ddot{y}_2 + \omega_6'^2 y_2 + \beta_6 y_2^3 + \vartheta_6 \dot{y}_2 + \lambda_6 y_1 + \zeta_6 y_3 + \\
\nu_6 \dot{y}_3 + \chi_6 x_2 = 0 \\
\ddot{y}_3 + \omega_7'^2 y_3 + \beta_7 y_3^3 + \vartheta_7 \dot{y}_3 + \eta_7 \dot{y}_3^3 + \lambda_7 y_2 + \nu_7 \dot{y}_2 + \\
\chi_7 x_3 + \gamma_7 g(x_3) = (P_{30} + 3P_{31}) \cos(\Omega t) \\
\ddot{y}_5 + \omega_8'^2 y_5 + \beta_8 y_5^3 + \vartheta_8 \dot{y}_5 + \eta_8 \dot{y}_5^3 + \lambda_8 y_6 + \nu_8 \dot{y}_6 + \\
\chi_8 x_5 + \gamma_8 g(x_5) = (P_{40} + 3P_{41}) \cos(\Omega t) \\
\ddot{y}_6 + \omega_9'^2 y_6 + \vartheta_9 \dot{y}_6 + \lambda_9 y_7 + \zeta_9 y_5 + \nu_9 \dot{y}_5 + \chi_9 x_6 = 0 \\
\ddot{y}_7 + \omega_{10}'^2 y_7 + \lambda_{10} y_6 = 0
\end{cases} \quad (15)$$

将小参数 ε 引入耦合系统非线性项中, 将 $\omega_j^2 =$

$\omega_j'^2 + \varepsilon \sigma_j$ ($j=1 \sim 10$) 带入方程, 利用多尺度法^[20]求解方程组 (15), 并引入不同尺度的时间变量:

$$\begin{cases}
x_i = x_{i0}(T_0, T_1) + \varepsilon x_{i1}(T_0, T_1) \\
y_i = y_{i0}(T_0, T_1) + \varepsilon y_{i1}(T_0, T_1)
\end{cases} \quad (16)$$

令 $T_n = \varepsilon^n$ ($n=0, 1, 2, \dots$), 则:

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (17)$$

式中: D_n 为偏微分算子符号, $D_n = d/dT_n$ 。

为方便表达, 令 $z_q = \{x_2, x_3, x_5, x_6, y_1, y_2, y_3, y_5, y_6, y_7\}$, ($q=1 \sim 10$), 将式 (16)、式 (17) 代入式 (15), 并对 ε 的同次幂提取:

$$D_0^2 z_{q0} + \omega_j^2 z_{q0} = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
D_0^2 z_{q1} + \omega_j^2 z_{q1} = & -2D_0 D_1 z_{q0} + \sigma_j z_{q0} - \beta_j z_{q0}^3 - \vartheta_j D_0 z_{q0} - \\
& \eta_j \cdot (D_0 z_{q0})^3 - \left\{ \lambda_j z_{q0}, \zeta_j z_{q0}, \nu_j D_0 z_{q0}, \chi_j z_{q0}, \gamma_j g(z_{q0}), \right. \\
& \left. \xi_j g(D_0 z_{q0}), (P_{u0} + 3P_{u1}) \cos(\Omega t) \right\}
\end{aligned} \quad (19)$$

设方程的特解为: $z_{q0} = N_q e^{i\omega_q T_0} + \overline{N_q} e^{-i\omega_q T_0}$, 带入式 (19) 并消除长期项:

$$\begin{aligned}
& -2D_1 N_q i\omega_j e^{i\omega_j T_0} + \sigma_j N_q e^{i\omega_j T_0} - 3\beta_j N_q^2 \overline{N_q} e^{i\omega_j T_0} - \vartheta_j N_q i\omega_j e^{i\omega_j T_0} - 3\eta_j N_q^2 \overline{N_q} i\omega_j e^{i\omega_j T_0} - \{ \lambda_j N_q e^{i\omega_j T_0}, \\
& \zeta_j N_q e^{i\omega_j T_0}, \nu_j N_q i\omega_j e^{i\omega_j T_0}, \chi_j N_q e^{i\omega_j T_0}, \gamma_j g(N_q e^{i\omega_j T_0}), \xi_j g(N_q i\omega_j e^{i\omega_j T_0}), (P_{u0} + 3P_{u1}) \cos(\Omega t) \} = 0
\end{aligned} \quad (20)$$

仅考虑系统内共振 $\Omega = \omega_j$, 将 N_q 写成极坐标形式:

$N_q = \frac{1}{2} n_q e^{i\theta_q}$ 。同时, 取上/下工作辊系与机架侧

隙的初始值为 1/4 个周期。当系统发生周期运动时, 存在:

$$\begin{cases}
\dot{n}_1 = \dot{n}_2 = \dot{n}_3 = \dot{n}_4 = \dot{n}_5 = \dot{n}_6 = \dot{n}_7 = \dot{n}_8 = \dot{n}_9 = \dot{n}_{10} = 0 \\
\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_4 = \dot{\theta}_5 = \dot{\theta}_6 = \dot{\theta}_7 = \dot{\theta}_8 = \dot{\theta}_9 = \dot{\theta}_{10} = 0 \\
\theta_1 = \theta_2, \theta_3 = \theta_4, \theta_5 = \theta_6 = \theta_7, \theta_8 = \theta_9 = \theta_{10}
\end{cases} \quad (21)$$

将实部与虚部分开, 得到 N_q 与 θ_q 的常微分方程, 合并化简得到系统幅频特性方程:

$$\begin{aligned}
& 4M_2 \Omega^2 n_1 - 4A_3 n_1 - 4K_{x23} n_1 - 3A_4 n_1^3 + 4K_{x23} n_2 = 0 \\
& [4(M_3 \Omega^2 - K_x - K_{x23} - c_1) n_2 - K_{x3} n_2 - 3c_3 n_2^3 + 4K_{x23} n_1]^2 + (4c_4 + C_{x3} + 3c_6 n_2^2 \Omega^2)^2 n_2^2 \Omega^2 = (4d_1 \Delta H + 3d_3 \Delta H^3)^2 \\
& [4(M_5 \Omega^2 - K'_x - K_{x56} - c_1) n_3 - K_{x5} n_2 - 3c_3 n_3^3 + 4K_{x56} n_4]^2 + (4c_4 + C_{x5} + 3c_6 n_3^2 \Omega^2)^2 n_3^2 \Omega^2 = (4d_1 \Delta H + 3d_3 \Delta H^3)^2 \\
& 4M_6 \Omega^2 n_4 - 4A_5 n_4 - 4K_{x56} n_4 - 3A_6 n_4^3 + 4K_{x56} n_3 = 0 \\
& 4M_1 \Omega^2 n_5 - 4K_1 n_5 - 4A_1 n_5 + 3A_2 n_6^3 + 4A_1 n_6 = 0 \\
& 4(M_2 \Omega^2 - A_1 - K_3 + C_3 \Omega) n_6 - 3A_2 n_6^3 + 4A_1 n_5 + 4K_3 n_7 - 4\mu_1 A_3 n_1 - 4C_3 n_7 \Omega = 0 \\
& \left[4(M_3 \Omega^2 - K_3 - K_4 - a_1) n_7 - 3a_3 n_7^3 - (4\mu_2 K_x + \mu_3 K_{x3}) n_2 + 4K_3 n_6 \right]^2 + [4(C_3 + C_y + a_4) n_7 \Omega + 3a_6 n_7^3 \Omega^3 - 4C_3 n_6 \Omega]^2 = (4b_1 \Delta H + 3b_3 \Delta H^3)^2 \\
& \left[4(M_5 \Omega^2 - K'_4 - K_5 - a_1) n_8 - 3a_3 n_8^3 - (4\mu'_2 K'_x + \mu'_3 K_{x5}) n_3 + 4K_5 n_9 \right]^2 + [4(C'_y + C_5 + a_4) n_8 \Omega + 3a_6 n_8^3 \Omega^3 - 4C_5 n_9 \Omega]^2 = (4b_1 \Delta H + 3b_3 \Delta H^3)^2 \\
& (M_6 \Omega^2 - K_5 - K_6 + C_5 \Omega) n_9 + K_6 n_{10} + (K_5 - C_5 \Omega) n_8 - \mu'_1 A_3 n_4 = 0 \\
& M_7 \Omega^2 n_{10} - K_6 n_{10} - K_7 n_{10} + K_6 n_9 = 0
\end{aligned} \quad (22)$$

3.2 幅频特性分析

F2 轧机的结构参数见表 1, 其余参数 $h_r = 18.06 \text{ mm}$, $h_0 = 8.70 \text{ mm}$, $h_c = 9.70 \text{ mm}$, $R_{w1} = 380 \text{ mm}$, $v_R = 2.26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\sigma_H = 8.65 \text{ MPa}$, $\sigma_h = 9.97 \text{ MPa}$, $t_d = 974.41 \text{ }^\circ\text{C}$, $\nu = 0.3$, $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$, $P = 23936 \text{ kN}$, 取上/下工作辊侧隙摩擦因数 μ_1 和 μ'_1 、上/下支撑辊与机架摩擦因数 μ_2 和 μ'_2 、轧件上/下表面摩擦因数 μ_3 和 μ'_3 的初始值均为 0.1, ΔH 初始值取 2 mm。通过系统幅频特性方程式 (22) 可得到工作辊各参数变化下的幅频响应曲线。

图 7 和图 8 为上/下工作辊系在水平和垂直方向振动幅频响应曲线 (其中, f 为频率, a 为幅值)。可以发现, 水平方向的上工作辊系振动频率为 36 和 70 Hz、下工作辊系振动频率为 39 和 76 Hz, 垂直方向的上工作辊系振动频率为 36、76 和 155 Hz、下工作辊系振动频率为 39、72 和 120 Hz, 垂直和水平方向具有相同的振动频率, 上/下工作辊系振动频率存在差异, 且垂直方向差异较大, 说明垂直和水平振动存在耦合, 轧机结构的非对称性对垂直振动影响较大, 对水平振动影响较小, 与前面固有特性和位移响应分析基本一致。

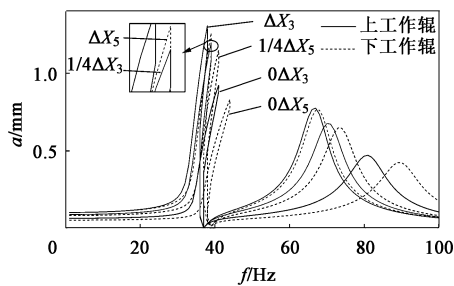


图 7 水平方向侧隙变化幅频响应曲线

Fig. 7 Amplitude frequency response curves of side clearance change in horizontal direction

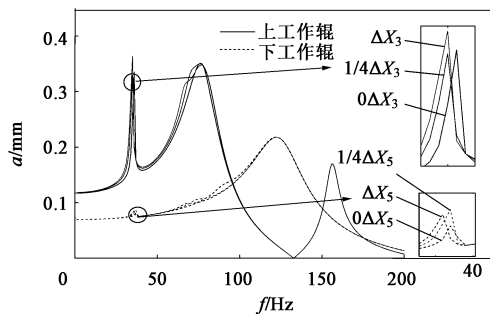


图 8 垂直方向侧隙变化幅频响应曲线

Fig. 8 Amplitude frequency response curves of side clearance change in vertical direction

观察图 7 和图 8 的工作辊侧隙变化, 侧隙对工

作辊系水平方向幅频特性影响较大, 对上/下辊系影响程度不同, 对上工作辊系的影响明显大于对下工作辊系的影响。当 ΔX_i 变化时, 可以看到 ΔX_i 从变为 $1/4\Delta X_i$ 再到 $0\Delta X_i$ 时, 水平方向上/下工作辊系振动区域显著变小, 跳跃现象减弱, 振动系统多解值减少, 上/下工作辊系振动削弱; 垂直方向上/下工作辊系振动区域减小并不明显, 但也有所减小, 上/下工作辊系振动仍有削弱。从非对称角度看, 上工作辊系侧隙为 $1/4\Delta X_i$ 时, 垂直和水平方向上/下工作辊系幅频特性最为接近, 此时上/下工作辊系非对称振动现象最小。由位移响应分析可知, 提高系统对称性可增加轧制过程的稳定性, 因此, 使得上/下工作辊系侧隙相差 $3/4$ ($\Delta X_i - 1/4\Delta X_i$) 个周期时, 也可以使得系统的振动削弱, 提高轧机系统的稳定性。

图 9 和图 10 为不同入口厚度时上/下辊系的幅频特性曲线, 由于入口厚度变化导致外激励变化, 可见随着入口厚度 (外部激励) 的增加, 上/下辊系水平和垂直方向的振动幅值增加, 且上/下辊系幅值变化量不同, 同时实际振动区间变大。这说明外激励变化对轧机系统振动状态影响较大, 入口厚度变化对上/下辊系敏感度不同, 上工作辊系的敏感程度大于下工作辊系, 轧件质量本身对于外部扰动比较敏感, 因此, 在轧制过程中应降低入口厚度波动, 调整外抗力大小, 可降低在轧制过程的失稳条件。

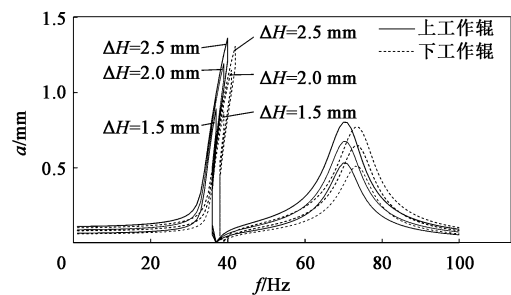


图 9 水平方向入口厚度变化的幅频响应曲线

Fig. 9 Amplitude frequency response curves of entrance thickness change in horizontal direction

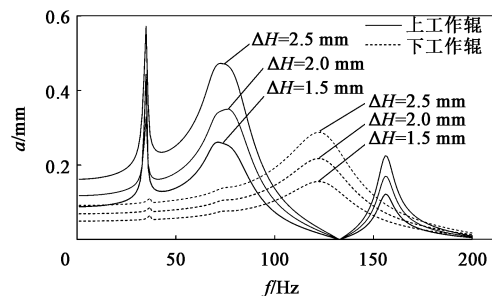


图 10 垂直方向入口厚度变化的幅频响应曲线

Fig. 10 Amplitude frequency response curves of entrance thickness change in vertical direction

对比图 11 中上/下工作辊系结构侧隙摩擦因数变化下的幅频响应曲线, 可以看出, 当摩擦因数从 $\mu=0.1$ 增加至 $\mu=0.3$ 时, 上工作辊系“第 1”、“第 2”振动区域增加的比较明显, 下工作辊系虽然增加的不是很明显, 但仍明显看到振动区域也有所增加, 甚至还出现“第 2”振动区域。说明随着结构侧隙

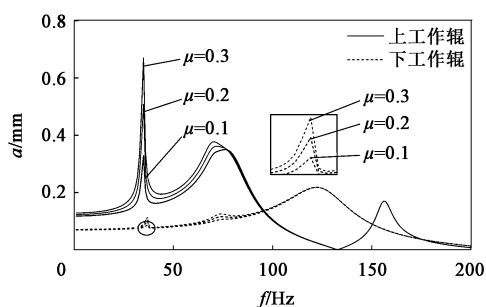


图 11 结构侧隙摩擦因数变化下的幅频响应曲线

Fig. 11 Amplitude frequency response curves under friction coefficient change for structural side clearance

摩擦因数的增大, 对上、下工作辊系振动状态均有影响。另外, 从非对称角度观察, 随着下工作辊系结构侧隙的摩擦因数增加, 出现的“第 1”和“第 2”振动区域有接近上工作辊系的趋势, 说明同时降低上工作辊系和增加下工作辊系的结构侧隙的摩擦因数, 可以增加系统幅频特性的对称性, 仍可以起到提高轧机系统稳定性的作用。

3.3 分岔特性分析

根据混沌分岔振动理论, 分析了轧机上/下工作辊系的结构侧隙变化对轧机系统水平和垂直振动非线性的动态行为的影响, 刚度参数、质量参数和阻尼参数见表 1。

图 12a~图 12d 为轧机上/下工作辊系在入口厚度波动幅值为 $\Delta H=2$ mm、扰动频率为 35 Hz 时, 水平和垂直方向在结构侧隙 ΔX_i 变化下的分岔图, 图 13a~图 13d 和图 14a~图 14d 为水平和垂直方向在结构侧隙 ΔX_i 变化下对应的相图轨迹 ($i=3, 5$)。

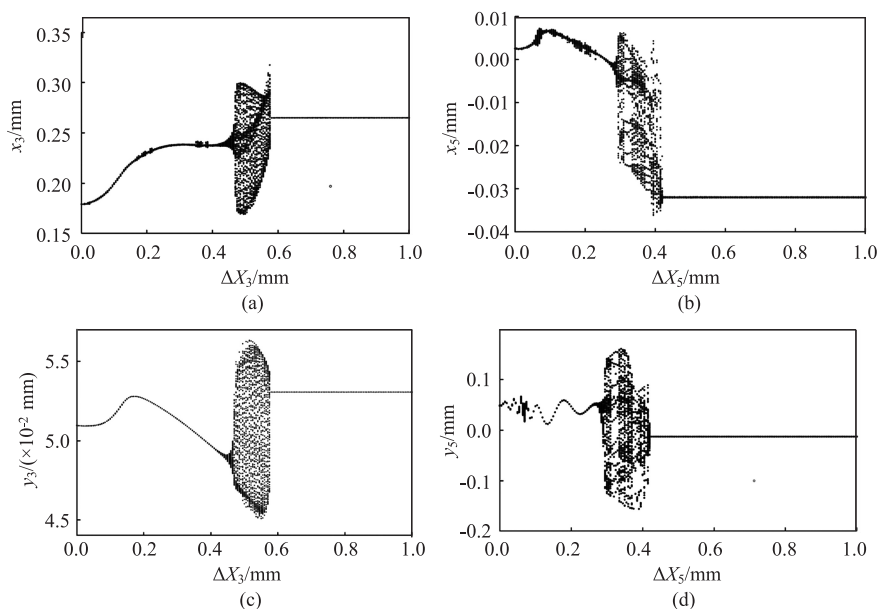


图 12 上/下工作辊系在水平和垂直方向 ΔX_i 变化时的混沌分岔图

(a) 上工作辊, 水平方向 (b) 下工作辊, 水平方向 (c) 上工作辊, 垂直方向 (d) 下工作辊, 垂直方向

Fig. 12 Chaotic bifurcation diagrams for upper and lower work rollers under ΔX_i variation in horizontal and vertical directions

(a) Upper work roller, horizontal direction (b) Lower work roller, horizontal direction (c) Upper work roller, vertical direction (d) Lower work roller, vertical direction

通过分岔图可以观察到, $0.00 \text{ mm} < \Delta X_i < 0.45 \text{ mm}$ 区间时, 工作辊系水平和垂直方向上处于周期运动状态, $0.0 \text{ mm} < \Delta X_i < 0.3 \text{ mm}$ 时, 工作辊系水平和垂直方向上处于周期运动状态, 且各辊系对应的相轨迹均为单一的自相交封闭曲线, 相应的庞加莱映射为一个固定的点 (图 13 中的圈点)。这是由于在该区间侧隙比较小, 上/下工作辊系处于稳定

状态。 $0.45 \text{ mm} < \Delta X_i < 0.60 \text{ mm}$ 区间, 工作辊系水平和垂直方向上进入混沌运动状态, $0.30 \text{ mm} < \Delta X_i < 0.45 \text{ mm}$ 区间, 工作辊系水平和垂直方向下进入混沌运动状态, 各辊系相应的相轨迹均变为多条封闭曲线, 此时的庞加莱映射变为了多个点 (图 14 中的圈点), 这是由于侧隙变大时, 上/下工作辊系开始产生振动。

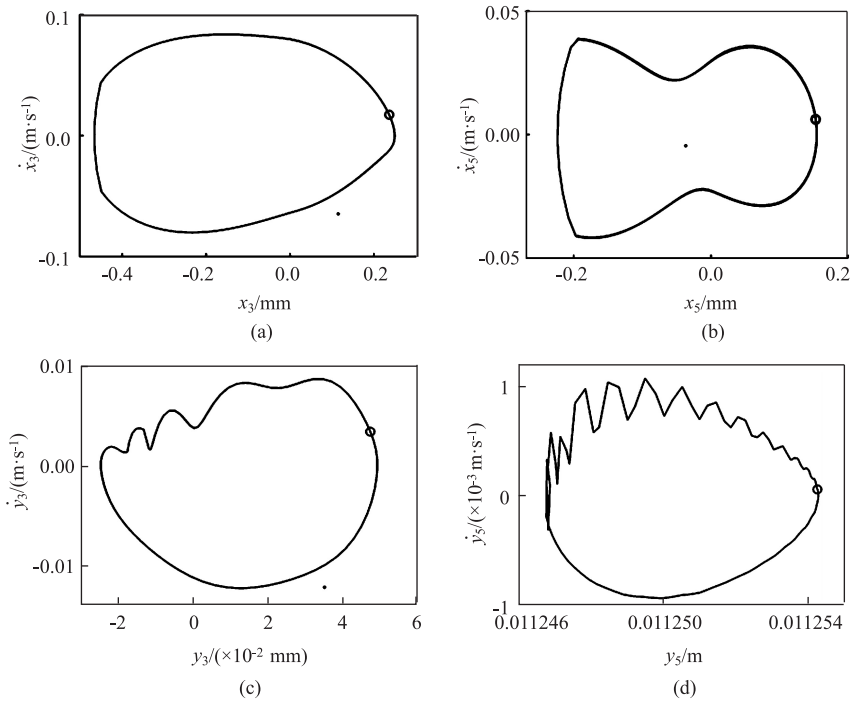


图 13 上/下工作辊系在水平和垂直方向上 ΔX_i 分别为 0.45 和 0.20 mm 时的相图轨迹

(a) 上工作辊, 水平方向 (b) 下工作辊, 水平方向 (c) 上工作辊, 垂直方向 (d) 下工作辊, 垂直方向

Fig. 13 Phase diagram trajectories for upper and lower work rollers when ΔX_i are 0.45 and 0.20 mm respectively in horizontal and vertical directions

(a) Upper work roller, horizontal direction (b) Lower work roller, horizontal direction (c) Upper work roller, vertical direction
(d) Lower work roller, vertical direction

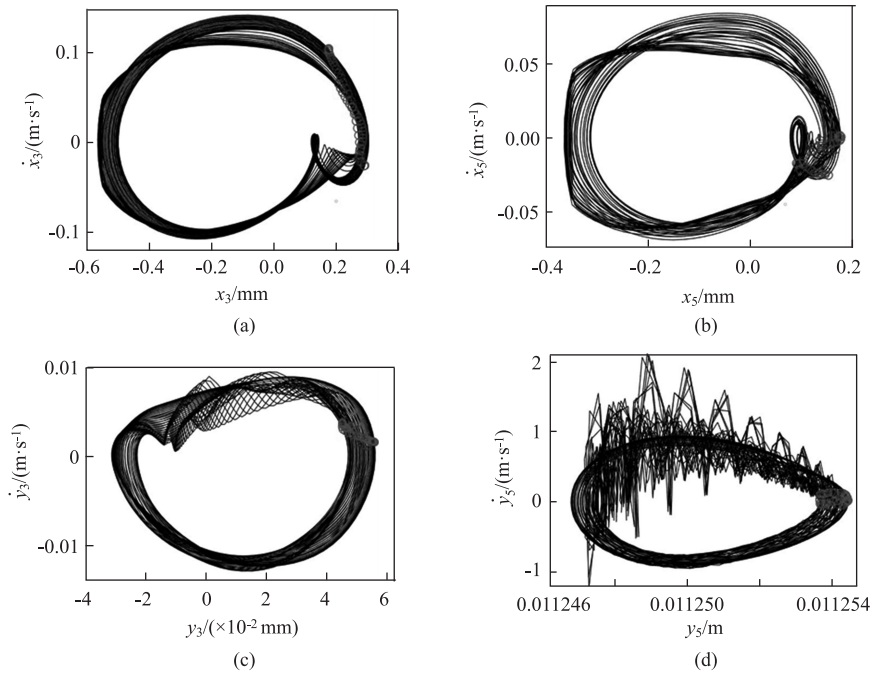


图 14 上/下工作辊系在水平和垂直方向上 ΔX_i 分别为 0.55 和 0.35 mm 时的相图轨迹

(a) 上工作辊, 水平方向 (b) 下工作辊, 水平方向 (c) 上工作辊, 垂直方向 (d) 下工作辊, 垂直方向

Fig. 14 Phase diagram trajectories for upper and lower work rollers when ΔX_i are 0.55 and 0.35 mm respectively in horizontal and vertical direction

(a) Upper work roller, horizontal direction (b) Lower work roller, horizontal direction (c) Upper work roller, vertical direction
(d) Lower work roller, vertical direction

$\Delta X_i > 0.6$ mm 时, 为水平方向最大振幅小于最大结构侧隙, 系统呈现的周期运动无实际研究意义, 但是在 0.45 mm $< \Delta X_i < 0.60$ mm 范围内, 水平和垂直方向下工作辊系处于周期运动状态, 下工作系统仍是稳定的, 因为此刻下工作辊受到的最大侧隙影响仍小于上工作辊。对比上/下工作辊系进入混沌时侧隙的区间, 上工作辊系进入混沌时 $\Delta X_i = 0.45$ mm, 下工作辊系进入混沌时 $\Delta X_i = 0.30$ mm, 上工作辊系混沌运动略滞后于下工作辊系, 说明上工作辊系产生振动的诱因有一部分是下工作辊系的振动引起的。综上, 保持上工作辊侧隙在下工作辊侧隙的稳定范围内, 或者同时将上/下工作辊侧隙降低在适当范围内, 轧机系统均会处于稳定状态。

4 结语

考虑热轧机实际结构的非对称性, 以及系统在轧制过程中受到轧件入口厚度和辊缝厚度波动会对轧制力造成影响, 建立了轧机水平-垂直非对称耦合振动模型。通过某 15080 热轧 F2 架轧机实际轧制参数, 对轧机系统的位移响应和幅频响应进行了仿真分析, 发现随着轧机结构对称性的提高, 对轧机系统的振动抑制良好。另外, 通过适当地减小上/下工作辊侧隙和带材入口厚度波动, 降低上工作辊系摩擦因数的同时, 增加下工作辊系的结构侧隙的摩擦因数, 以及上/下工作辊系侧隙相差 $3/4$ 个周期时, 均能提高轧机系统的稳定性。最后, 通过混沌振动理论对轧机系统进行了数值模拟, 发现随着上/下工作辊系结构侧隙的变化不同, 水平和垂直方向振动系统呈现出不同的周期、混沌运动, 且上/下工作辊系产生混沌运动时侧隙的大小存在差异, 上工作辊系略滞后于下工作辊系, 因此, 适当地将上工作辊结构侧隙调整略大于下工作辊系结构侧隙, 对提高系统的稳定性具有一定帮助。研究结果可为轧机结构和振动非对称问题提供相关理论参考。

参考文献:

- [1] 闫晓强, 王辉, 周杰, 等. 现代连轧机耦合振动抑制重要进展 [J]. 中国冶金, 2014, 24 (4): 1-4.
Yan X Q, Wang H, Zhou J, et al. Important progress of coupled vibration suppression in modern continuous rolling mills [J]. China Metallurgy, 2014, 24 (4): 1-4.
- [2] 李丽, 郝宇超, 李震, 等. 冷连轧机多种水平共振状态特性对比研究 [J]. 锻压技术, 2021, 46 (10): 168-175.
Li L, Hao Y C, Li Z, et al. Comparative study on horizontal resonance state characteristics of tandem cold mill [J]. Forging &

Stamping Technology, 2021, 46 (10): 168-175.

- [3] 杨晋玲, 段牧忻. 轧机垂直振动特性研究及测试分析 [J]. 锻压技术, 2021, 46 (7): 229-236.
Yang J L, Duan M X. Research and test analysis of vertical vibration characteristics of rolling mills [J]. Forging & Stamping Technology, 2021, 46 (7): 229-236.
- [4] 孙恒, 刘超, 周涛. 六辊冷轧机扭转振动的研究 [J]. 海峡科技与产业, 2020, 246 (1): 39-41.
Sun H, Liu C, Zhou T. Study on torsional vibration of six-roller cold rolling mill [J]. Strait Technology and Industry, 2020, 246 (1): 39-41.
- [5] Lu X, Sun J, Li G T, et al. Stability analysis of a nonlinear coupled vibration model in a tandem cold rolling mill [J]. Shock and Vibration, 2019, (2): 1-14.
- [6] 钱承, 孙荣生, 张柳柳, 等. 冷连轧机组耦合振动模型及影响因素分析 [J]. 机械工程学报, 2021, 57 (12): 208-216.
Qian C, Sun R S, Zhang L L, et al. Analysis of coupled vibration model and influencing factors of cold rolling mill [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57 (12): 208-216.
- [7] 吴继民, 张义方, 朱小龙, 等. 轧机主传动系统在双源扰动作用下的动力学特性研究 [J]. 振动工程学报, 2019, 32 (4): 581-589.
Wu J M, Zhang Y F, Zhu X L, et al. Study on the dynamics of the main drive system of a rolling mill under the action of dual-source disturbance [J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32 (4): 581-589.
- [8] 杨志刚, 郭德福, 徐浩森. 2250 mm 热连轧高强薄规格轧制稳定性分析及控制 [J]. 轧钢, 2020, 37 (4): 81-85.
Yang Z G, Guo D F, Xu H S. Analysis and control of rolling stability of 2250 mm hot rolling high-strength thin gauge [J]. Rolling Steel, 2020, 37 (4): 81-85.
- [9] 张明, 彭艳, 孙建亮, 等. 考虑上、下工作辊非对称运动的热轧机水平振动研究 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2017, 48 (12): 3239-3247.
Zhang M, Peng Y, Sun J L, et al. Study on horizontal vibration of hot rolling mill considering asymmetric motion of upper/lower work rolls [J]. Journal of Central South University: Natural Science Edition, 2017, 48 (12): 3239-3247.
- [10] 任天宝, 陈斌, 郜志英, 等. 非对称工艺条件对热连轧精轧机组振动及轧制稳定性的影响 [A]. 中国金属学会. 第十一届中国钢铁年会论文集 [C]. 北京: 冶金工业出版社, 2017.
Ren T B, Chen B, Gao Z Y, et al. Effect of asymmetric process conditions on vibration and rolling stability of hot strip finishing mill [A]. Chinese Society for Metals. Proceedings of the 11th Annual China Steel Conference [C]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2017.
- [11] 黄金磊, 臧勇, 郜志英. 热轧过程中摩擦系数非对称性对轧机振动及稳定性的影响 [J]. 工程科学学报, 2019, 41 (11): 1465-1472.

(下转第 155 页)