

基于修正 Johnson-Cook 本构模型的 2209 双相 不锈钢高温流变行为

张芳萍, 成鑫尧, 曹 宇, 张宏政, 王 超

(太原科技大学 重型机械教育部工程研究中心, 山西 太原 030024)

摘要: 利用 Gleeble-3800 热模拟实验机, 对 2209 双相不锈钢进行了单向热压缩实验, 应变速率为 $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$, 变形温度为 $950 \sim 1150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ 。研究了 2209 双相不锈钢的高温流变行为, 分析了应变速率和变形温度对双相不锈钢两相关系的影响, 并对 2209 双相不锈钢在宽应变速率和宽变形温度下的 Johnson-Cook 本构模型进行了修正。结果表明: 变形温度与应变速率对 2209 双相不锈钢的流动应力有显著影响, 修正后的 Johnson-Cook 本构模型能较为精确地预测其高温流变行为, 预测值与实验值的相关度为 0.99817, 平均相对误差为 4.026%。

关键词: 2209 双相不锈钢; 高温流变行为; Johnson-Cook 本构模型; 应变速率; 变形温度

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2023.06.030

中图分类号: TG156.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2023) 06-0223-08

High temperature rheological behavior of 2209 duplex stainless steel based on modified Johnson-Cook constructive model

Zhang Fangping, Cheng Xinyao, Cao Yu, Zhang Hongzheng, Wang Chao

(Engineering Research Center of Heavy Machinery, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: The unidirectional thermal compression experiment of 2209 duplex stainless steel was conducted at the strain rate of $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$ and the deformation temperature of $950 \sim 1150 \text{ }^{\circ}\text{C}$ by thermal simulation machine Gleeble-3800, and the high temperature rheological behavior of 2209 duplex stainless steel was studied. Then, the influences of strain rate and deformation temperature on the two phases relationship of 2209 duplex stainless steel were analyzed, and the Johnson-Cook constitutive model of 2209 duplex stainless steel at wide strain rate and wide deformation temperature was modified. The results show that the deformation temperature and strain rate have a significant effect on the rheological stress of 2209 duplex stainless steel. The modified Johnson-Cook constitutive model can accurately predict its high temperature rheological behavior. The correlation between the predicted and experimental values is 0.99817, and the average relative error is 4.026%.

Key words: 2209 duplex stainless steel; high temperature rheological behavior; Johnson-Cook constructive model; strain rate; deformation temperature

近年来, 随着钢铁行业的飞速发展, 越来越多的优秀钢种步入人们的视线。双相钢因其优秀的物理、化学性能被各行各业广泛应用。双相不锈钢具有比例相接近的铁素体与奥氏体, 因此, 能有效弥补单相不锈钢的缺点。但在高温条件下, 铁素体与奥氏体的力学性能存在差异, 相较于单相不锈钢的热变形过程, 双相不锈钢具有更复杂

的热变形行为。伴随着双相不锈钢产业在我国迅速发展, 各种类的双相不锈钢产品越来越多, 在石油、天然气、核工业等众多领域中均有着不同程度的应用^[1]。2209 双相不锈钢作为 2205 双相不锈钢的金属焊接材料, 在线材的轧制过程中易出现表面缺陷, 需要对其进行一定的工艺优化, 而国内对于该钢种的研究相对较少。

本构模型能较为精确地预测金属材料在热加工过程中的流变行为和各变量之间的关系, 为后续加工过程的仿真分析与工艺优化提供了可靠的理论数据。作为一种常用的本构模型, Johnson-Cook (JC) 本构模型最早由 Johnson G R 等提出^[2]。传统的

收稿日期: 2022-07-28; 修订日期: 2022-10-26

基金项目: 山西省先进钢铁材料重点科技创新平台项目
(201805D115061-2)

作者简介: 张芳萍 (1971-), 女, 硕士, 副教授

E-mail: 2002055@tyust.edu.cn

Johnson-Cook 本构模型存在一定的局限性,尤其是当应变速率和变形温度的范围较大时,预测值与实验值之间存在较大的差异。2010 年, Lin Y C 等^[3-4]提出了一种修正的 Johnson-Cook 本构模型,该模型能很好地预测宽应变速率和宽变形温度下的流动应力。

本文以 2209 双相不锈钢为研究对象,在不同变形温度、不同应变速率下进行单向热压缩实验,研究该钢种的热变形行为。分析实验的真实应力-真实应变曲线,建立改进 2209 双相不锈钢的 Johnson-Cook 本构模型,为 2209 双相不锈钢的线材轧制提供理论基础。

1 2209 双相不锈钢热压缩实验

实验的工艺流程如图 1 所示,采用 $\Phi 10 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ 的 2209 双相不锈钢试样,该钢种主要由比例近似为 1:1 的铁素体与奥氏体组成。将试件加热至 1200°C 后保温 180 s,然后降至 $950 \sim 1150^\circ\text{C}$ (每次实验间隔 50°C) 保温 30 s 后,进行单向热压缩实验。实验的应变速率为 0.01、0.1、1 和 10 s^{-1} ,压缩的真应变为 0.9,压缩完成后水淬。将压缩后的试件沿压缩方向的纵截面进行显微观察。

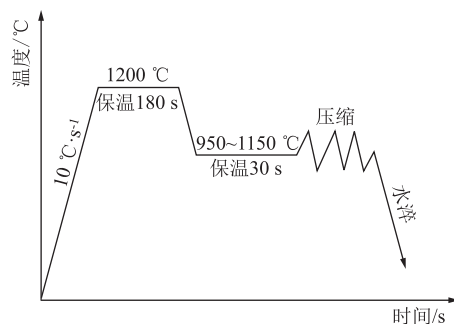


图 1 2209 双相不锈钢的热压缩工艺图

Fig. 1 Thermal compression process diagram of 2209 duplex stainless steel

2 结果与讨论

2.1 金属流变行为

图 2 为 2209 双相不锈钢在应变速率 $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$ 下的真实应力-真实应变曲线。从图 2 中可以看出,应变速率和变形温度对 2209 双相不锈钢的流动应力的变化有着不同程度的影响。在加工初期出现加工硬化现象^[5],此时流动应力迅速攀升。当应变速率较小时,流动应力增长至峰值后随真实应变的增大而减小最后趋于稳定;当应变速率较大时,流动应力增至峰值最后趋于平稳。伴随着应变速率的增大,相同温度下的稳态区随之延长,加工硬化作

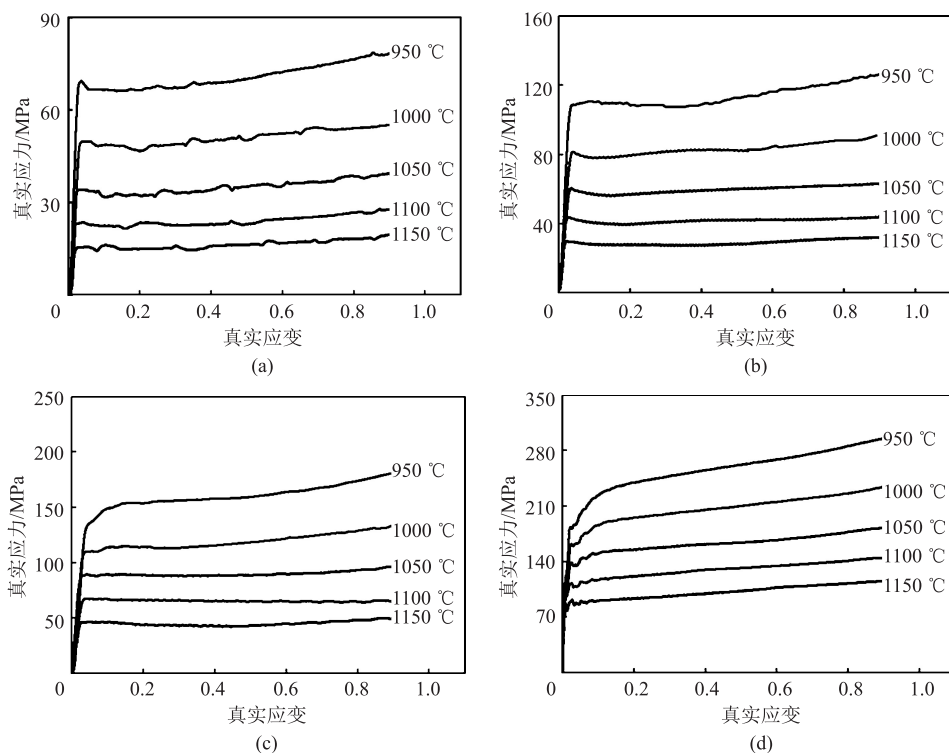


图 2 2209 双相不锈钢的真实应力-真实应变曲线

(a) 0.01 s^{-1} (b) 0.1 s^{-1} (c) 1 s^{-1} (d) 10 s^{-1}

Fig. 2 True stress-ture strain curves of 2209 duplex stainless steel

用减弱, 动态软化作用增强^[6-7], 曲线类型从动态再结晶型逐渐转化为动态回复型。

在相同的应变速率下, 随着变形温度的增加, 流动应力逐渐降低, 其原因为: 温度的升高增大了金属原子间的动能, 原子之间的结合力减小, 滑移系数量增多, 从而降低了临界分切应力。伴随着变形温度的升高, 相同应变速率下动态再结晶作用减弱, 动态回复作用加强, 曲线类型逐渐转化为动态回复型^[8]。

2.2 两相关系的转变

由于双相不锈钢在热变形过程中两相关系的转

变比单相不锈钢更为复杂, 通常认为双相不锈钢中铁素体相呈现动态回复特性, 奥氏体相呈现动态再结晶特性^[9-10]。从图 3 可以看出, 奥氏体在 950 °C 时呈不规则的层片状分布, 当变形温度升高至 1150 °C 时, 奥氏体由于再结晶而呈现出不规则的棒状, 边缘生成了细小的岛状奥氏体。随着温度的逐渐增加, 奥氏体的热稳定性逐渐降低, 奥氏体逐渐转化为铁素体, 此时铁素体的动态回复大于奥氏体的动态再结晶, 动态软化作用整体呈现出动态回复特性^[11-14]。

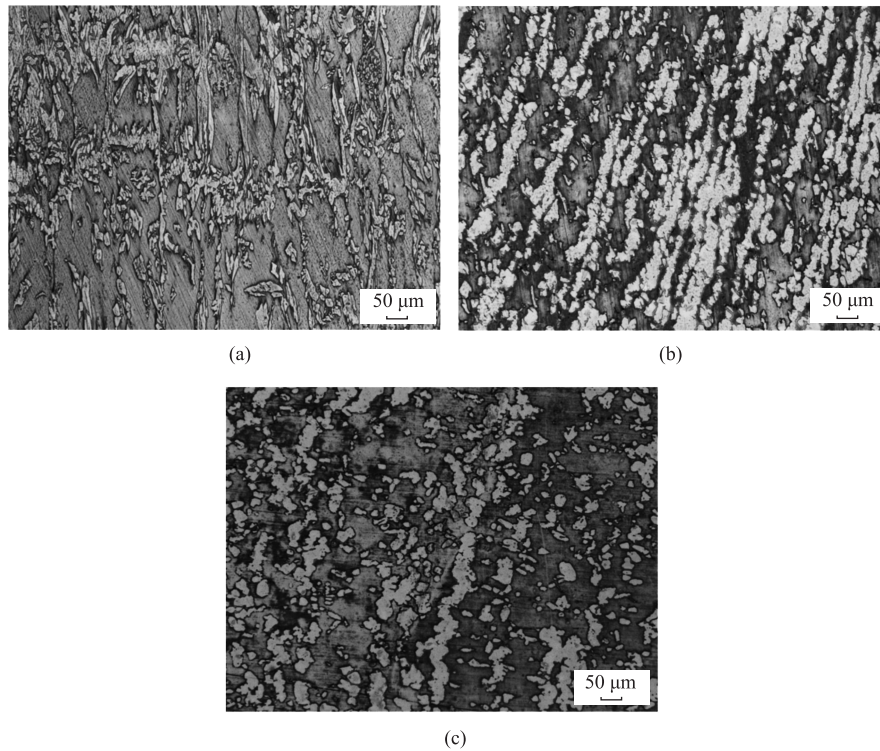


图 3 不同变形条件下的 2209 双相不锈钢的金相组织

(a) 950 °C, 1 s⁻¹ (b) 1150 °C, 1 s⁻¹ (c) 1150 °C, 0.01 s⁻¹

Fig. 3 Metallographic structures of 2209 duplex stainless steel under different deformation conditions

3 本构方程

3.1 Johnson-Cook 本构模型

Johnson-Cook 本构模型是由 Johnson G R 等^[2]通过实验总结的经验公式, 主要应用于高温下大塑性变形的金属材料^[15]。该本构模型将金属的流动应力表示为应变硬化、应变速率硬化、温度软化 3 种相关函数的乘积。其本构方程为:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^N)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}) \left[1 - \left(\frac{T - T_0}{T_{m.p.} - T_0} \right)^M \right] \quad (1)$$

式中: 自变量 ε 、 $\dot{\varepsilon}$ 、 T 分别为真实应变、应变速率和变形温度; A 、 B 、 C 、 N 、 M 分别为材料参数; T_0 为参考温度; $T_{m.p.}$ 为金属熔点。

由于该模型只考虑了应变、应变速率和温度 3 种因素单独对流动应力的影响, 因此, 在预测精度上与实际数据存在较大差异^[16-18]。Lin Y C 等^[3]对 Johnson-Cook 本构模型进行了修正, 将应变速率与变形温度进行了耦合, 并将应变硬化函数替换为二次函数。经修正后的 Johnson-Cook (Lin-JC) 本构模型的精度有了明显的提升。Lin-JC 本构方程如下:

$$\sigma = (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^*) \times \exp[T^* \times (\lambda_0 + \lambda_1\ln\dot{\varepsilon}^*)] \quad (2)$$

式中: $\dot{\varepsilon}^*$ 为相对应变速率, $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$; $\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变速率; $T^* = T - T_0$, 为相对温度; B_1 、 B_2 、 λ_0 、 λ_1 分别为材料参数^[3-4]。

3.2 Lin-JC 本构模型的材料参数求解

取应变速率为 0.01 s^{-1} 、变形温度为 $950 \text{ }^\circ\text{C}$ 的实验数据作为 Lin-JC 本构模型的参考数据。将式 (2) 简化为:

$$\sigma = A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2 \quad (3)$$

在该条件下进行二次多项式拟合 (图 4) 后求得应变硬化部分的参数 A 、 B_1 、 B_2 分别为 65.1244、4.5529、11.9176。

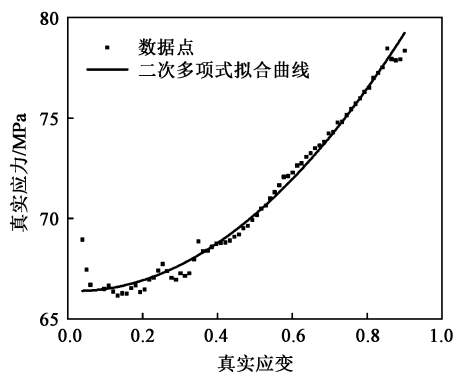


图 4 Lin-JC 本构模型的二次多项式拟合曲线

Fig. 4 Quadratic polynomial fitting curve for Lin-JC constructive model

选取参考温度为 $950 \text{ }^\circ\text{C}$ 时 4 种应变速率下的真实应力-真实应变数据 (应变为 $0.1 \sim 0.9$, 间隔 0.1)。将式 (2) 简化后可得:

$$\sigma / (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2) = 1 + C \ln \dot{\varepsilon}^* \quad (4)$$

将真实应力-真实应变数据带入式 (4), 如图 5 所示, 作出 $\sigma / (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2) - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 关系曲线, 对 $\ln \dot{\varepsilon}^*$ 线性拟合求得参数 C 的值为 0.3650 。

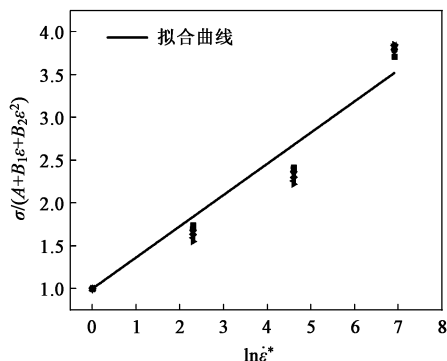


图 5 $\sigma / (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2) - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 拟合曲线

Fig. 5 Fitting curve of $\sigma / (A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2) - \ln \dot{\varepsilon}^*$

选取各条件下 (变形温度为 $950 \sim 1150 \text{ }^\circ\text{C}$, 应变速率为 $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$) 的真实应力-真实应变数据

(应变为 $0.1 \sim 0.9$, 间隔 0.1), 可令:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \ln \dot{\varepsilon}^* \quad (5)$$

将式 (5) 带入式 (2) 后可得:

$$\ln \left[\frac{\sigma}{(A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)} \right] = T^* \times \lambda \quad (6)$$

作 $\ln \{ \sigma / [(A + B_1\varepsilon + B_2\varepsilon^2)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)] \} - T^*$ 关系曲线, 如图 6 所示, 此时图 6 的斜率即为 λ 的值。作 $\lambda - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 关系曲线, 如图 7 所示, 对图 7 线性拟合后可以得参数 λ_0 、 λ_1 的值分别为 -0.00744 和 0.000332 。

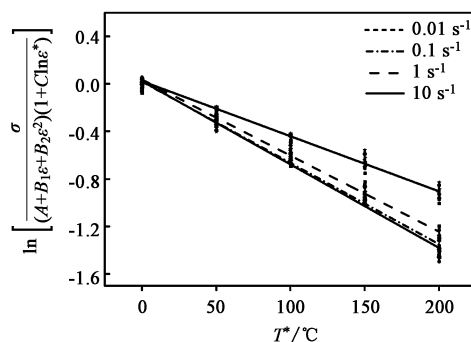


图 6 $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$ 应变速率下的线性拟合曲线

Fig. 6 Linear fitting curves at strain rates of $0.01 \sim 10 \text{ s}^{-1}$

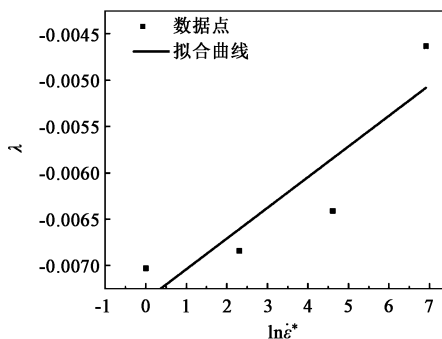


图 7 $\lambda - \ln \dot{\varepsilon}^*$ 拟合曲线

Fig. 7 Fitting curve of $\lambda - \ln \dot{\varepsilon}^*$

通过 Lin-JC 本构模型计算出不同变形温度与不同应变速率下的流动应力预测值。如图 8 所示, 作 2209 双相不锈钢流动应力的预测值与实验值的对比图。

4 Lin-JC 本构模型的修正

从图 8 可以看出, Lin-JC 本构模型能在一定程度上预测出 2209 双相不锈钢在低应变速率下流动应力的变化情况。当应变速率增大或变形温度较高时, 预测值与实验值数据出现差异, 尤其是当应变速率

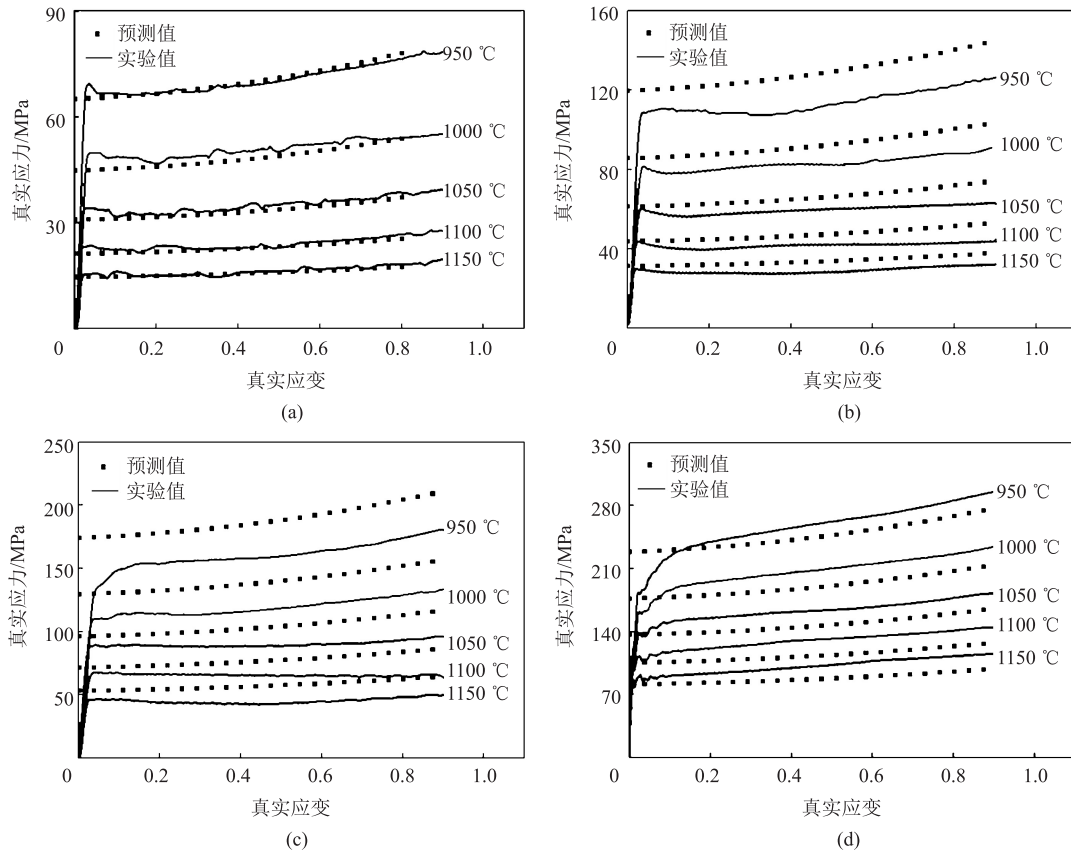


图8 2209 双相不锈钢的 Lin-JC 本构模型在不同应变速率下的预测值与实验值对比

(a) 0.01 s^{-1} (b) 0.1 s^{-1} (c) 1 s^{-1} (d) 10 s^{-1}

Fig. 8 Comparison between predicted and experimental values under Lin-JC constitutive model of 2209 duplex stainless steel under different strain rates

提高至 1 s^{-1} 后, Lin-JC 本构模型的预测值已经严重偏离实验值。在应变硬化部分, Lin-JC 本构模型中的二次拟合函数并不能精确表述理想状态下的真实应力-真实应变关系。从应变速率硬化和温度软化部分的散点图 (图 5 和图 7) 可以看出, 其图像并不是简单的线性关系。为了提高本构模型各部分的拟合优度, 应变硬化和应变速率硬化部分选取三次拟合函数, 温度软化部分选取二次函数进行拟合。通过对比各拟合方式的预测值和实验值, 确定应变速率参数选择对 Lin-JC 本构模型预测值精确程度的影响^[15-16, 19-20]。修正后的 Lin-JC 本构方程为:

$$\sigma = (A + B_1 \varepsilon + B_2 \varepsilon^2 + B_3 \varepsilon^3) (1 + C_1 \ln \dot{\varepsilon}^* + C_2 \ln^2 \dot{\varepsilon}^* + C_3 \ln^3 \dot{\varepsilon}^*) \exp [T^* \times \lambda_0 + \lambda_1 \ln \dot{\varepsilon}^* + \lambda_2 \ln^2 \dot{\varepsilon}^*] \quad (7)$$

式中: B_3 、 C_1 、 C_2 、 C_3 、 λ_2 为材料参数。

图 9 为修正 Lin-JC 本构模型各部分参数的拟合图。采用调整确定系数 $\text{Adj. } R^2$ 量化各部分的拟合优度, 具体数值如表 1 所示。

通过对比各参数的拟合优度, 确定修正 Lin-JC

本构模型各参数如表 2 所示。对比图 8 与图 10 可以看出, 当应变硬化和温度软化的拟合优度增大时, 预测值的精度有一定的提升, 但应变速率较大时预测值偏离的情况并未得到改善。在此基础上提高应变速率硬化部分的拟合优度后 (图 11), 本构模型能精确预测宽应变速率和宽变形温度下的流动应力的变化情况。

5 修正 Lin-JC 本构模型的精确性评估

为评估各修正后本构模型的拟合预测精度, 通过平均相对误差 $AARE$ 和相关系数 R 来量化模型的准确性。

$$AARE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{E_i - P_i}{E_i} \right| \times 100\% \quad (8)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})^2 \times \sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2}} \quad (9)$$

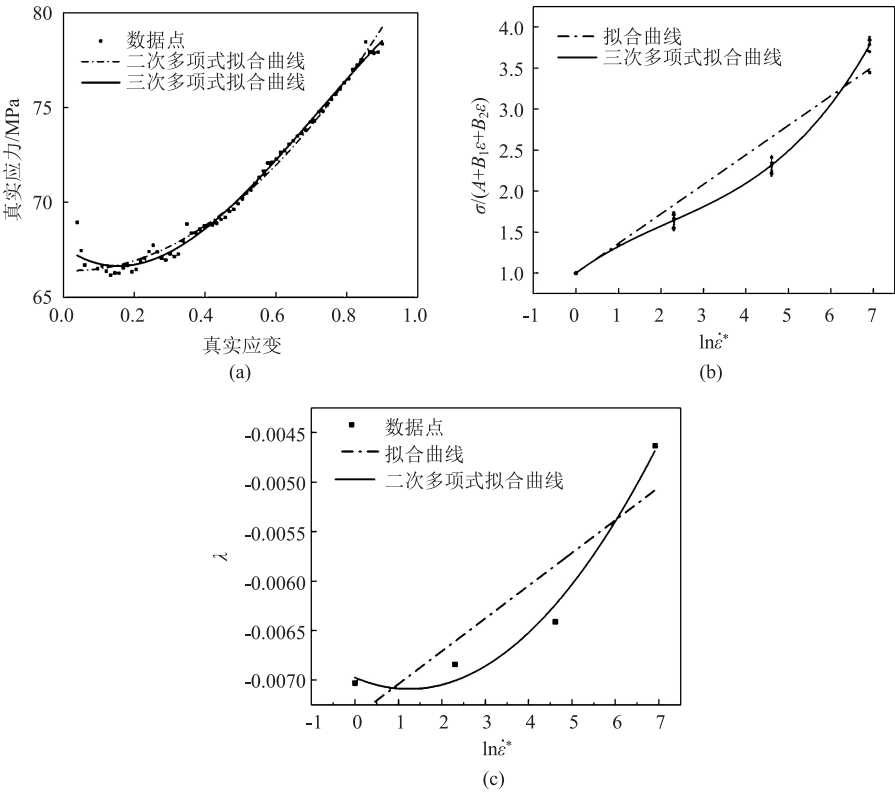


图 9 各参数拟合结果对比图

(a) 应变硬化部分 (b) 应变速率硬化部分 (c) 温度软化部分

Fig. 9 Comparison diagrams of fitting results for various parameters

(a) Strain hardening part (b) Strain rate hardening part (c) Temperature softening part

表 1 各拟合方式下的调整确定系数 Adj. R^2

Table 1 Adjustment determination coefficients Adj. R^2 of each fitting method

拟合方式	Adj. R^2
应变硬化部分二次多项式拟合	0.99740
应变硬化部分三次多项式拟合	0.99930
应变速率硬化部分线性拟合	0.97070
应变速率硬化部分三多项式次拟合	0.99995
温软化部分线性拟合	0.71030
温软化部分二次多项式拟合	0.95160

式中: E_i 和 P_i 分别为实验值与预测值, $i = 1, \dots, N$, N 为数据点个数; \bar{E} 和 \bar{P} 分别为实验值与预测值的平均值。

经计算, 修正 Lin-JC 本构模型的平均相对误差为 4.026%, 相关系数 R 为 0.99817。从图 12 中可以看出, 修正后的本构模型的预测值与实验值吻合度较高。本文提出的修正 Lin-JC 本构模型能较为精确地预测出流动应力的变化。

表 2 修正后的 Lin-JC 本构模型的参数

Table 2 Parameters of modified Lin-JC constitutive mode

参数	A	B_1	B_2	B_3	C_1	C_2	C_3	λ_0	λ_1	λ_2
数值	67.6548	-13.5675	48.9630	-22.7479	0.3827	-0.0685	0.0101	-6.97×10^{-3}	-1.865×10^{-4}	7.5×10^{-6}

6 结论

(1) 2209 双相不锈钢的流动应力受应变、应变速率、变形温度的影响而表现出不同的动态软化现象。随着应变速率和变形温度的不断增大, 动态再结晶现象减弱, 动态回复现象增强。

(2) 从金相组织中可以看出, 随着温度的升高和应变速率的增加, 2209 双相不锈钢中的奥氏体再结晶为不规则的棒状或岛状, 其含量随之下降。

(3) 2209 双相不锈钢的 Johnson-Cook 本构方程在拟合时, 提高应变硬化率拟合的优度能更加精确地描述流动应力的变化。

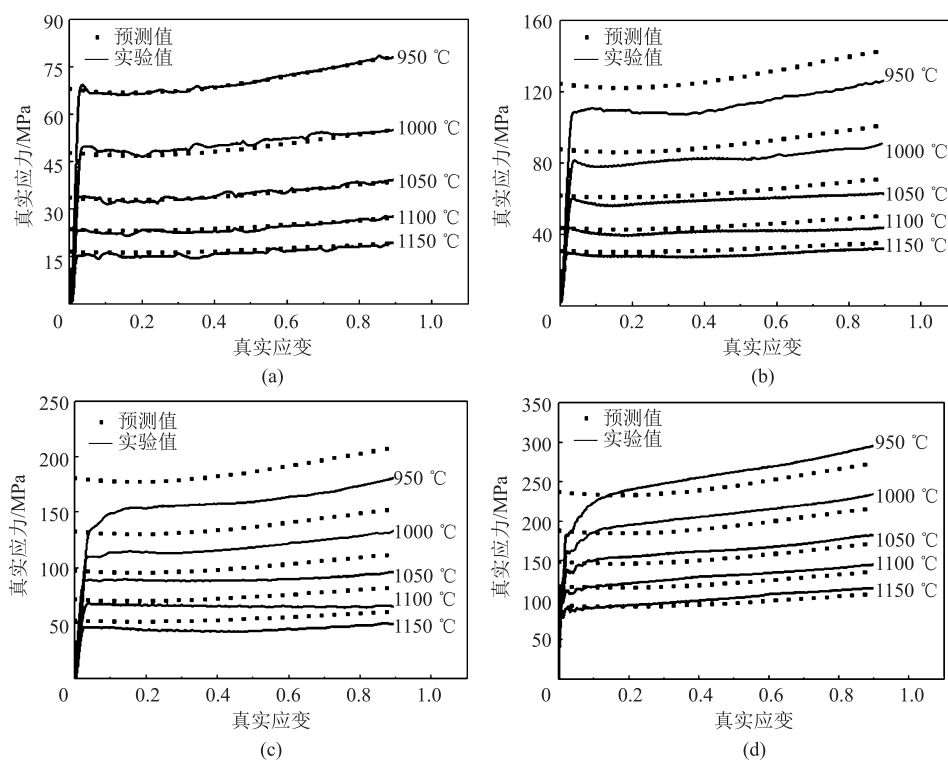


图 10 提高应变硬化和温度软化拟合优度后在不同应变速率下的预测值与实验值对比

(a) 0.01 s^{-1} (b) 0.1 s^{-1} (c) 1 s^{-1} (d) 10 s^{-1}

Fig. 10 Comparison between predicted and experimental values after improving fitting goodness of strain hardening and temperature softening under different strain rates

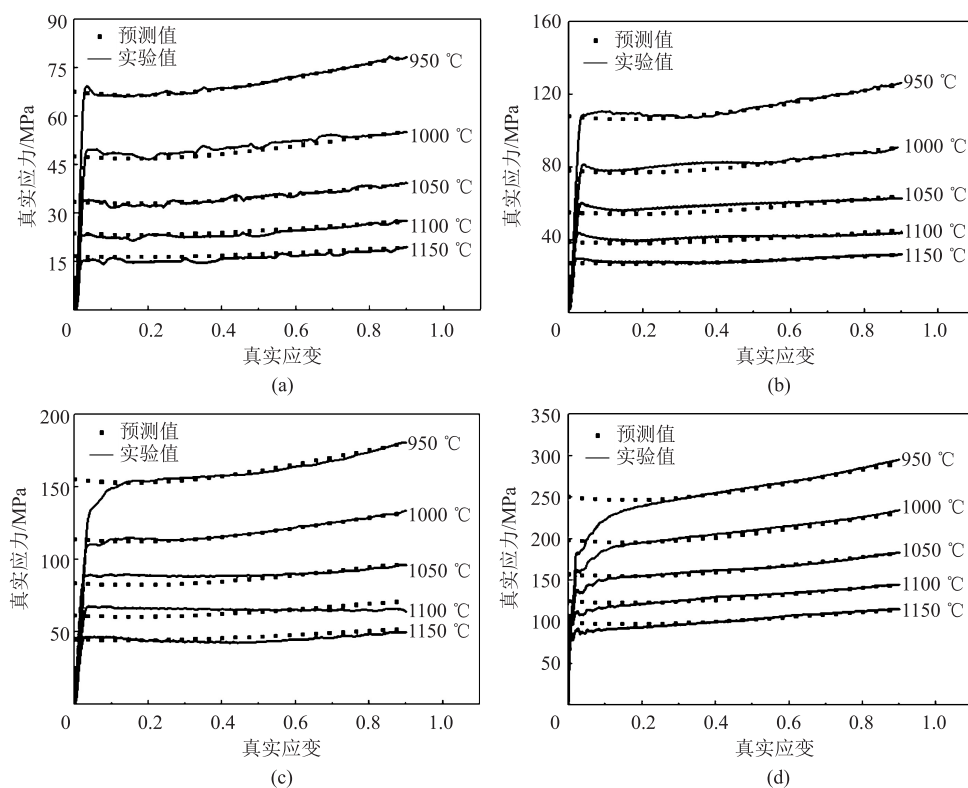


图 11 提高应变速率硬化拟合优度后在不同应变速率下的预测值与实验值对比

(a) 0.01 s^{-1} (b) 0.1 s^{-1} (c) 1 s^{-1} (d) 10 s^{-1}

Fig. 11 Comparison between predicted and experimental values after improving fitting goodness of strain rate hardening under different strain rates

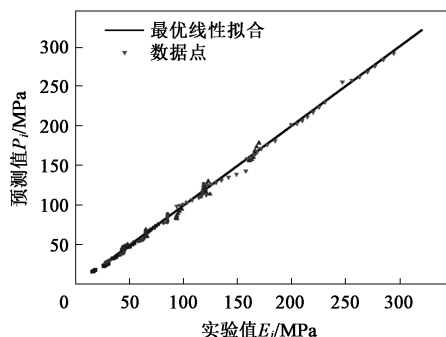


图 12 2209 双相不锈钢的修正 Lin-JC 本构模型的预测值与实验值的相关度

Fig. 12 Correlation between predicted and experimental values of modified Lin-JC constitutive model for 2209 duplex stainless steel

(4) 构建的修正 Lin-JC 本构模型的平均相对误差为 4.026%，相关系数 R 为 0.99817，该模型能较精确地预测在宽应变速率和宽变形温度下流动应力的变化。

参考文献:

- [1] 魏振宇, 吴玖. 双相不锈钢论文集 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2000.
Wei Z Y, Wu J. Duplex Stainless Steel Papers [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2000.
- [2] Johnson G R, Cook W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1983, 21: 541-548.
- [3] Lin Y C, Chen X M, Liu G. A modified Johnson-Cook model for tensile behaviors of typical high-strength alloy steel [J]. Materials Science & Engineering: A, 2010, 527 (26): 6980-6986.
- [4] Lin Y C, Chen M S, Zhang J. Modeling of flow stress of 42CrMo steel under hot compression [J]. Materials Science and Engineering: A, 2009, 499 (1-2): 88-92.
- [5] 李润霞, 张磊, 刘兰吉, 等. Al-17.5Si-4Cu-0.5Mg 合金热变形行为及其加工图 [J]. 航空材料学报, 2015, 35 (1): 25-32.
Li R X, Zhang L, Liu L J, et al. Hot deformation behavior and processing maps of Al-17.5Si-4Cu-0.5Mg alloys [J]. Journal of Aeronautical Materials, 2015, 35 (1): 25-32.
- [6] 王志蒙, 王宇璞, 尹起, 等. DP780 双相钢动态再结晶动力学研究 [J]. 塑性工程学报, 2018, 25 (6): 194-201.
Wang Z M, Wang Y P, Yin Q, et al. Dynamic recrystallization kinetics of DP780 dual phase steel [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2018, 25 (6): 194-201.
- [7] 吴天海, 王建军, 张影, 等. 热压缩过程中 2205 双相不锈钢的组织演变和软化机制 [J]. 材料研究学报, 2019, 33 (4): 254-260.
Wu T H, Wang J J, Zhang Y, et al. Microstructural evolution and softening mechanism of 2205 duplex stainless steel during hot compression [J]. Chinese Journal of Materials Research, 2019, 33 (4): 254-260.
- [8] Zhang P, Yi C, Chen G, et al. Constitutive model based on dynamic recrystallization behavior during thermal deformation of a nickel-based superalloy [J]. Metals, 2016, 6 (7): 161-167.
- [9] 陈雷, 王龙妹, 杜晓建, 等. 2205 双相不锈钢的高温变形行为 [J]. 金属学报, 2010, 46 (1): 52-56.
Chen L, Wang L M, Du X J, et al. Hot deformation behavior of 2205 duplex stainless steel [J]. Acta Metallurgica Sinica, 2010, 46 (1): 52-56.
- [10] 肖翔, 刘国权, 胡本美, 等. 12Cr3WV 低活性 F/M 钢的高温热变形行为 [J]. 材料科学与工艺, 2013, 21 (5): 57-64.
Xiao X, Liu G Q, Hu B F, et al. Hot deformation behavior of 12Cr3WV reduced activation ferrite/martensite steel [J]. Materials Science and Technology, 2013, 21 (5): 57-64.
- [11] Bing S A, Tza B, Lin S A. Flow behavior and dynamic recrystallization of a power metallurgy nickel-based superalloy during hot compression in $(\gamma+\gamma')$ -phase region [J]. Journal of Alloys and Compounds, 2021, 891: 161944.
- [12] Gambirasio L, Rizzi E. An enhanced Johnson-Cook strength model for splitting strain rate and temperature effects on lower yield stress and plastic flow [J]. Computational Materials Science, 2016, 113: 231-265.
- [13] Prawoto Y, Fanone M, Shahedi S, et al. Computational approach using Johnson-Cook model on dual phase steel [J]. Computational Materials Science, 2012, 54: 48-55.
- [14] Daoud M, Chatelain J F, Bouzid A. Effect of rake angle-based Johnson-Cook material constants on the prediction of residual stresses and temperatures induced during Al2024-T3 machining process [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 122: 392-404.
- [15] 杨扬, 曾毅, 汪冰峰. 基于 Johnson-Cook 模型的 TC16 钛合金动态本构关系 [J]. 中国有色金属学报, 2008, 108 (3): 505-510.
Yang Y, Zeng Y, Wang B F. Johnson-Cook dynamic constitutive relationship for TC16 titanium alloy [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2008, 108 (3): 505-510.
- [16] Milani A S, Dabboussi W, Nemes J A, et al. An improved multi-objective identification of Johnson-Cook material parameters [J]. International Journal of Impact Engineering, 2009, 36 (2): 294-302.
- [17] 李建光, 施琪, 曹结东. Johnson-Cook 本构方程的参数标定 [J]. 兰州理工大学学报, 2012, 38 (2): 164-167.
Li J G, Shi Q, Cao J D. Parameters calibration for Johnson-Cook constitutive equation [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2012, 38 (2): 164-167.
- [18] Notta-Cuvier D, Langrand B, Markiewicz E, et al. Identification of Johnson-Cook's viscoplastic model parameters using the virtual fields method: application to titanium alloy Ti6Al4V [J]. Strain, 2013, 49 (1): 159-163.
- [19] 柳爱群, 黄西成. 高应变速率变形的 Johnson-Cook 动态本构模型参数识别方法 [J]. 应用数学和力学, 2014, 35 (2): 219-225.
- [20] Liu A Q, Huang X C. Identification of high-strain-rate material parameters in dynamic Johnson-Cook constitutive model [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35 (2): 219-225.
- [20] Kang W J, Cho S S, Huh H, et al. Modified Johnson-Cook model for vehicle body crashworthiness simulation [J]. International Journal of Vehicle Design, 1999, 21 (4/5): 424-435.