

装备与成套技术

冷轧机主传动系统组合谐波动力学特性

李 丽, 范岩松, 钟琛豪

(内蒙古科技大学 机械工程学院, 内蒙古 包头 014010)

摘要: 针对冷轧机主传动系统运行时的失稳振动现象, 建立了主传动系统扭振模型。综合考虑系统阻尼及刚度, 应用多尺度法求解冷轧机主传动系统在组合谐波作用下的动力学特性方程。采用数值方法, 通过幅频响应曲线、相平面图和系统振动分岔图等研究外扰激励幅值、系统阻尼和系统刚度对冷轧机主传动系统的影响。仿真结果表明: 系统阻尼、系统刚度和外扰激励幅值的变化会对冷轧机主传动系统的幅值、共振区域以及脊骨线位置产生影响。系统状态也会随着系统参数的变化呈现出不同的周期性运动规律, 产生失稳分岔和混沌现象。研究为冷轧机主传动系统的设计提供了参数域选择与理论指导。

关键词: 冷轧机; 组合谐波; 系统阻尼; 系统刚度; 外扰激励幅值

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2023.11.019

中图分类号: TH113.1; TG335.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2023) 11-0133-08

Combined harmonics dynamics characteristics for main drive system of cold rolling mill

Li Li, Fan Yansong, Zhong Chenhao

(School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China)

Abstract: For the unstable vibration phenomenon of main drive system of cold rolling mill during operation, the torsional vibration model of the main drive system was established. Then, taking system damping and stiffness into consideration comprehensively, the dynamic characteristic equation of the main drive system for rolling mill under the action of combined harmonics was solved by the multi-scale method. Furthermore, through numerical methods, the influences of external disturbance excitation amplitude, system damping and system stiffness on the main drive system of cold rolling mill were studied by means of amplitude-frequency response curve, phase plane diagrams and system vibration bifurcation diagrams. The simulation results show that the amplitude, resonance area and spine line position of the main drive system for cold rolling mill are affected by the changes in system damping, system stiffness and external disturbance excitation amplitude, and the system state also shows different periodic motion rules with the changing of the system parameters, resulting in unstable bifurcation and chaos phenomena. Thus, the research provides parameter domain selection and theoretical guidance for the design of the main drive system for cold rolling mill.

Key words: cold rolling mill; combined harmonics; system damping; system stiffness; external disturbance excitation amplitude

在板带轧制生产中, 轧机主传动系统的失稳振动日趋明显, 对轧件的精度和产量造成了影响, 对轧机设备也造成了破坏。轧机非线性参数的变化, 会使系统发生失稳分岔现象^[1-2]。

针对轧机系统的扭振问题, 张瑞成等^[3]应用自抗扰技术, 研究了以电机转速和弹性轴扭转力矩为状态变量的轧机扭振系统。高崇一等^[4]对比了电机

反馈控制前后状态, 分析了不确定参数对轧机主传动扭振系统的影响。华长春等^[5]研究了外界不确定扰动时的冷轧机扭振问题。Qian C 等^[6]研究了轧机垂直扭转耦合振动系统在时变全状态约束下的振动控制策略。侯东晓等^[7]研究了万向接轴附加弯矩下板带轧机垂直扭转耦合振动的转迁集和静态分岔特性。和东平等^[8]基于波纹轧制工艺与结构, 通过设计非线性参数控制器抑制系统的振动幅值, 消除了轧机共振时的鞍结分岔。王运涛等^[9]基于动态摩擦力和分段刚度模型, 研究了外扰力变化下轧机振动系统的分岔行为。Peng Y 等^[10]探讨了轴向偏差引起的周期性激励和扭转力矩的变化下轧机系统的扭转振动。韩国研究人员 Yoon J Y 等^[11-12]研究了在扭转振动系统的各种动力行为中分段非线性引起的超谐波、次谐波响应。

收稿日期: 2023-03-11; 修订日期: 2023-06-12

基金项目: 内蒙古自治区直属高校基本科研业务费项目 (0406082305)

作者简介: 李 丽 (1981-), 女, 硕士, 副教授

E-mail: 33302618@qq.com

通信作者: 范岩松 (1998-), 男, 硕士研究生

E-mail: fys1017@126.com

本文以某冷轧机主传动系统为研究对象,建立有系统刚度、系统阻尼和外扰激励幅值组合作用的动力学模型,分析在外扰激励幅值和系统阻尼、刚度变化下的系统运行状态变化,为研究轧机系统实际工作过程中运行状态及稳定性判据提供依据。

1 冷轧机主传动系统振动模型建立

冷轧机主传动系统由电动机、减速机、连接轴和轧辊等组成,其中,电机和轧辊等质量大而弹性小,连接轴和减速机等弹性大而质量小,因此,主传动系统可以被认为是一个由若干惯性和弹性部件构成的质量弹簧系统^[13]。轧制过程是一个复杂的非线性过程,建立轧机辊系组合谐波动力学模型,为了理论推导的方便,用集中质量法将冷轧机主传动系统等效简化为电机和轧辊,通过连接轴组成的二自由度轴盘扭转系统,如图 1 所示。其中, J_1 、 J_2 分别为电机和轧辊的转动惯量; θ_1 、 θ_2 分别为电机和轧辊的扭转角度; M_1 为电机的驱动转矩; M_2 为负载力矩; C 为连接轴阻尼; K 为连接轴扭转刚度。

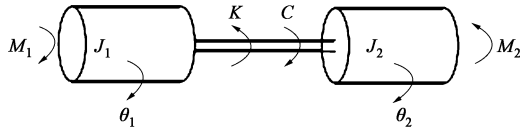


图 1 主传动系统模型

Fig. 1 Model of main drive system

考虑系统扭转刚度和阻尼,轧机系统的动能 E 和势能 U 分别为:

$$E = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}_2^2 \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2} k_1 (\theta_1 - \theta_2)^2 + \frac{1}{2} k_2 (\theta_1 - \theta_2)^4 \quad (2)$$

阻尼力为:

$$\begin{cases} F_1^c = -c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - c_2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 \\ F_2^c = c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + c_2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 \end{cases} \quad (3)$$

式中: k_1 和 k_2 分别为系统线性和非线性刚度系数; c_1 和 c_2 分别为系统线性和非线性阻尼系数; F_1^c 和 F_2^c 分别为电机和轧辊的广义阻尼力。

广义力矩为:

$$Q_j = (M_1 + F_1^c) \frac{\partial \theta_1}{\partial q_j} + (M_2 + F_2^c) \frac{\partial \theta_2}{\partial q_j} \quad (4)$$

式中: Q_j 为广义力矩; q_j 为广义坐标; $j=1$ 和 2 , $j=1$ 时表示电机, $j=2$ 时表示轧辊。

将式 (3) 代入式 (4), 得到系统的广义力矩为:

$$\begin{cases} Q_1 = (M_1 + F_1^c) \frac{\partial \theta_1}{\partial q_1} + (M_2 + F_2^c) \frac{\partial \theta_2}{\partial q_1} = \\ \quad M_1 - f^c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ Q_2 = (M_1 + F_1^c) \frac{\partial \theta_1}{\partial q_2} + (M_2 + F_2^c) \frac{\partial \theta_2}{\partial q_2} = \\ \quad M_2 + f^c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $f^c(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$ 为相对转速差的任意函数。

将式 (5) 代入系统的 Lagrange 方程 (式 (6)) 可得式 (7):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial E}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} = Q_j \quad (6)$$

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + c_2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 + k_1(\theta_1 - \theta_2) + \\ \quad k_2(\theta_1 - \theta_2)^3 = M_1 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) - c_2(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^3 - k_1(\theta_1 - \theta_2) - \\ \quad k_2(\theta_1 - \theta_2)^3 = -M_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中: t 为时间。

通过变换整理得到广义系统刚度和外扰激励幅值作用下冷轧机主传动系统的动力学方程, 如式 (8) 所示。

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \eta x^3 + \gamma \dot{x} + \lambda \dot{x}^3 = F(t) \quad (8)$$

式中: x 为扭转振动位移, $x = \theta_1 - \theta_2$; \dot{x} 为扭转振动速度, $\dot{x} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$; \ddot{x} 为扭转振动加速度, $\ddot{x} = \ddot{\theta}_1 - \ddot{\theta}_2$; ω_0 为系统的固有频率, $\omega_0^2 = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_1$; $F(t)$ 为

外扰激励, $F(t) = \frac{J_2 M_1 + M_2}{J_1 J_2}$; η 为等效非线性刚度

系数, $\eta = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} k_2$; γ 为等效线性阻尼系数, $\gamma =$

$\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} c_1$; λ 为等效非线性阻尼系数, $\lambda = \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} c_2$ 。

2 冷轧机主传动系统动力学方程求解

轧机在轧制过程中, 主传动系统受电机谐波力矩和轧制谐波力矩协同作用, 会诱发冷轧机主传动系统呈现出复杂的耦合振动状态^[14], 此时, 将外扰激励幅值考虑为频率不等的两个谐波激励。

$$F(t) = f_1 \cos(\omega_1 t + \alpha) + f_2 \cos(\omega_2 t + \delta) \quad (9)$$

式中: f_1 和 f_2 分别为电机谐波力矩和轧制谐波力矩的幅值; ω_1 和 ω_2 分别为电机和轧辊的扰动力矩频率; α 和 δ 分别为电机和轧辊的初相位。

此时冷轧机主传动系统的动力学模型为:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \eta x^3 + \gamma \dot{x} + \lambda \dot{x}^3 = f_1 \cos(\omega_1 t + \alpha) + f_2 \cos(\omega_2 t + \delta) \quad (10)$$

为了进一步确定主传动系统的动力学特性, 考虑到弱非线性情况引入小参数 ε [15], 则式 (10) 转化为微分方程:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon \eta x^3 + \varepsilon \gamma \dot{x} + \varepsilon \lambda \dot{x}^3 = f_1 \cos(\omega_1 t + \alpha) + f_2 \cos(\omega_2 t + \delta) \quad (11)$$

根据多尺度法思想对方程进行求解, 关于 t 的导数变成了关于时间尺度 T_n ($n=0, 1$) 的偏导数的展开式, 即:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} = D_0 + \varepsilon D_1 \\ \frac{d^2}{dt^2} = \frac{\partial^2}{\partial T_0^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial T_0 \partial T_1} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 \end{cases} \quad (12)$$

式中: T_0 为快变时间尺度, $T_0 = t$; T_1 为慢变时间尺度, $T_1 = \varepsilon t$; $D_0 = \partial/\partial T_0$; $D_1 = \partial/\partial T_1$ 。

假定方程的解 $x(t, \varepsilon)$ 为:

$$x(t, \varepsilon) = x_0(T_0, T_1) + \varepsilon x_1(T_0, T_1) \quad (13)$$

式中: $x_0(T_0, T_1)$ 为方程的通解; $x_1(T_0, T_1)$ 为方程的修正解。

将式 (12)、式 (13) 代入式 (11), 令方程两边含 ε 的、同次幂的项的系数相等, 可得:

$$\begin{cases} D_0^2 x_0 + \omega_0^2 x_0 = f_1 \cos(\omega_1 t + \alpha) + f_2 \cos(\omega_2 t + \delta) \\ D_0^2 x_1 + \omega_0^2 x_1 = -2D_0 D_1 x_0 - \gamma D_0 x_0 - \lambda (D_0 x_0)^3 - \eta x_0^3 \end{cases} \quad (14)$$

式 (14) 的第 1 个方程的通解为:

$$x_0 = A(t) e^{i\omega_0 t} + \Lambda_1 e^{i\alpha t} + \Lambda_2 e^{i\delta t} + c' \quad (15)$$

式中: $\Lambda_1 = \frac{1}{2} f_1 (\omega_0^2 - \omega_1^2)^{-1} e^{i\alpha}$; $\Lambda_2 = \frac{1}{2} f_2 (\omega_0^2 - \omega_2^2)^{-1} e^{i\delta}$;

i 为复函数虚部; A 为自由振动幅值, $A = \frac{1}{2} a e^{i\beta}$; a 和 β 皆为 T_1 的实函数; c' 为共轭项。

将 (15) 式代入 (14) 的第 2 个方程, 得到理论上可能发生的多种谐波共振响应:

(1) 超谐波共振响应, $\omega_0 \approx 2\omega_1$, $\omega_0 \approx 2\omega_2$, $\omega_0 \approx 3\omega_1$, $\omega_0 \approx 3\omega_2$;

(2) 次谐波共振响应, $\omega_0 \approx \frac{\omega_1}{2}$, $\omega_0 \approx \frac{\omega_2}{2}$, $\omega_0 \approx \frac{\omega_1}{3}$, $\omega_0 \approx \frac{\omega_2}{3}$;

(3) 组合谐波共振响应, $\omega_0 \approx |\pm\omega_1 \pm \omega_2|$, $\omega_0 \approx \frac{1}{2} |\pm\omega_1 \pm \omega_2|$, $\omega_0 \approx |\pm 2\omega_1 \pm \omega_2|$ 、 $\omega_0 \approx |\pm 2\omega_1 \pm \omega_1|$ 、 $\omega_0 \approx |\pm 2\omega_2 \pm \omega_2|$ 、 $\omega_0 \approx |\pm 2\omega_2 \pm \omega_1|$ 。

对于冷轧机主传动系统而言, 系统不仅会出现超谐波振动、次谐波振动和组合谐波振动, 还会出现任意两种振动组合的情况。以组合谐波频率 $\omega_0 \approx \omega_1 + \omega_2$ 作为研究对象, 引入调谐参数 σ , 可得:

$$\omega_0 = \omega_1 + \omega_2 - \varepsilon \sigma \quad (16)$$

当满足式 (17) 的条件时可以消除长期项。

$$\begin{aligned} 2i\omega_0 \bar{A} + i\omega_0 \gamma A + 3\lambda i(A^2 \bar{A} \omega_0 + 2A\Lambda_1^2 \omega_1 + 2A\Lambda_2^2 \omega_2) + \\ 3\eta A(\bar{A}A + 2\Lambda_1^2 + 2\Lambda_2^2) + 6(\eta - \lambda i)\Lambda_1 \Lambda_2 e^{i\sigma T_1} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

式中: \bar{A} 为 A 的共轭复函数。

将 $A = \frac{1}{2} a e^{i\beta}$ 代入式 (17) 中并化简得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a \gamma i \omega_0 - \omega_0 \gamma \beta + i \omega_0 \dot{a} + \\ 3\lambda i \left[\frac{1}{8} a^3 \omega_0 + a(\Lambda_1^2 \omega_1 + \Lambda_2^2 \omega_2) \right] + \\ 3\eta \left[\frac{1}{8} a^3 + a(\Lambda_1^2 + \Lambda_2^2) \right] + \\ 6(\eta - \lambda i) \Lambda_1 \Lambda_2 e^{i(\sigma T_1 - \beta)} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

消除长期项并分离实、虚部得:

$$\begin{aligned} \dot{a} = -\frac{1}{2} a \gamma - \frac{3\lambda}{\omega_0} \left[\frac{1}{8} a^3 \omega_0 + a(\Lambda_1^2 \omega_1 + \Lambda_2^2 \omega_2) \right] - \\ \frac{6}{\omega_0} \Lambda_1 \Lambda_2 [\eta \sin(\sigma T_1 - \beta) - \lambda \cos(\sigma T_1 - \beta)] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a \dot{\theta} = a \sigma - \frac{3\eta}{\omega_0} \left[\frac{1}{8} a^3 + a(\Lambda_1^2 + \Lambda_2^2) \right] - \\ \frac{6}{\omega_0} \Lambda_1 \Lambda_2 [\eta \cos(\sigma T_1 - \beta) + \lambda \sin(\sigma T_1 - \beta)] \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\theta = \sigma T_1 - \beta$, 考虑系统稳态条件 $\dot{a} = \dot{\theta} = 0$, 消去 θ , 整理得到系统幅频响应方程为:

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{2} a \gamma \omega_0^2 + 3\lambda \omega_0 \left[\frac{1}{8} a^3 \omega_0 + a(\Lambda_1^2 \omega_1 + \Lambda_2^2 \omega_2) \right] \right\}^2 + \\ \left\{ a \sigma \omega_0^2 + 3\eta \omega_0 \left[\frac{1}{8} a^3 + a(\Lambda_1^2 + \Lambda_2^2) \right] \right\}^2 - \\ (\lambda^2 + \eta^2) (6\Lambda_1 \Lambda_2)^2 = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

3 主传动系统组合谐波振动仿真分析

由于冷轧机非线性系统运动的复杂性,需要通过多方面的分析才能了解其特性,选用某厂冷连轧机主传动系统进行研究。本节利用数值方法具体进行仿真分析,描述系统可能存在的复杂动力学行为,计算冷轧机工艺参数及结构尺寸取为: $\omega_0 = 1$ Hz, $\eta = 6.8$, $\gamma = 0.12$, $\lambda = 0.01$, $f_1 = f_2 = f = 7.3$ rad (其中 f 为系统外扰激励幅值)。

3.1 系统幅频响应仿真分析

图 2 为通过固定其他参数不变,调整等效阻尼、系统刚度和外扰激励幅值,得到不同参数影响下冷轧机主传动系统的幅频响应曲线。由图 2a 可以看出,随着 λ 的增大,振动幅值减小;由图 2b 可以看出,

随着 γ 的增大,系统振动幅值也会减小,但相比 λ 的影响比较微弱, γ 的变化未对共振区域及骨架曲线的弯曲程度造成影响;由图 2c 可以看出, η 的变化对系统组合谐波共振区域的影响较大,对骨架曲线弯曲程度和振动幅值的影响较小。随着 η 的减小,振动幅值未发生明显变化,共振区域增大,幅频曲线骨架中心频率右移;如图 2d 所示,当系统外扰激励幅值 f 增大时,系统的振动幅值和共振区域均会增大,幅频曲线骨架右移,减小外扰激励幅值会有效抑制轧机振动现象。区别于等效阻尼系数影响, η 和 f 变化时,曲线脊骨线位置会发生变化,曲线弯曲度未发生明显变化, λ 、 γ 和 f 均会影响冷轧机主传动系统的振动幅值,而且 f 变化时会造成振动区域宽度的改变,说明 f 对冷轧机主传动系统轧制过程的影响较大。

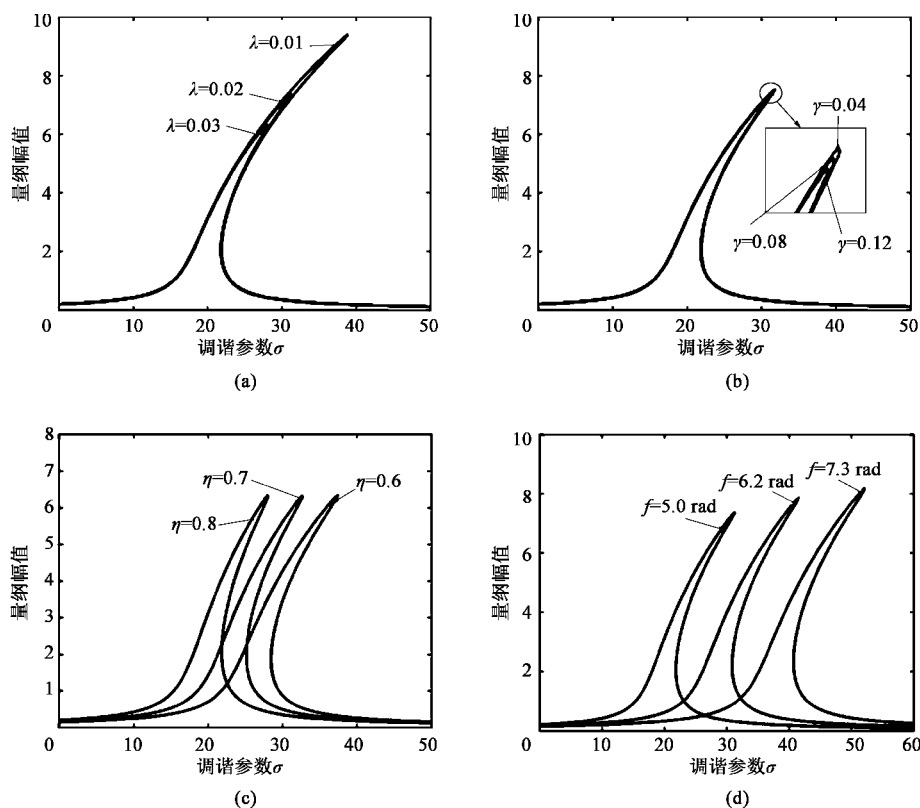


图 2 系统参数变化的幅频响应曲线

(a) λ (b) γ (c) η (d) f

Fig. 2 Amplitude-frequency response curves of system parameter changes

3.2 冷轧机主传动系统动态响应分析

由以上分析可知,在此轧机主传动系统的模型中,系统参数对振动行为的影响较大,不同的轧机系统参数会影响系统响应状态,为进一步探究系统参数对系统振动状态的影响,采用仿真方法研究参数变化下系统周期运动状态和分岔行为。

图 3 为冷轧机主传动系统随外扰激励幅值 f 变

化的局部分岔特性图,图 4 和图 5 为外部激励幅值变化时的相图和庞加莱截面图,庞加莱截面为有限个点,可得主传动系统先是周期运动状态,外扰激励幅值 $f > 6.528$ rad 时,进入周期 2 运动,随后经历倍周期分岔再转为混沌状态。轧制过程中,应尽量使电机转矩和轧制力矩在分岔点附近,保证系统的稳定运行状态。

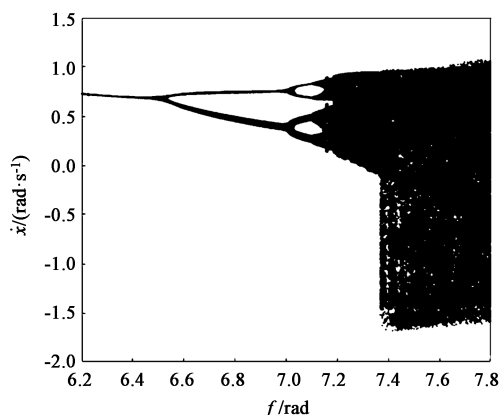
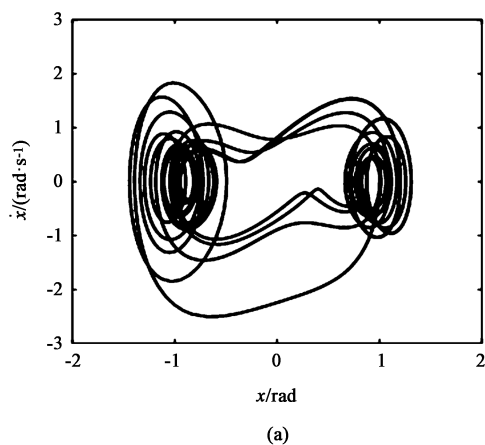
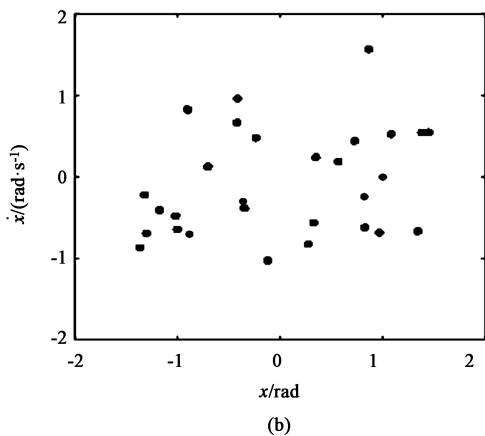


图 3 随外扰激励幅值项变化的系统分岔特性图

Fig. 3 Bifurcation characteristics diagram of system with change of external disturbance excitation amplitude



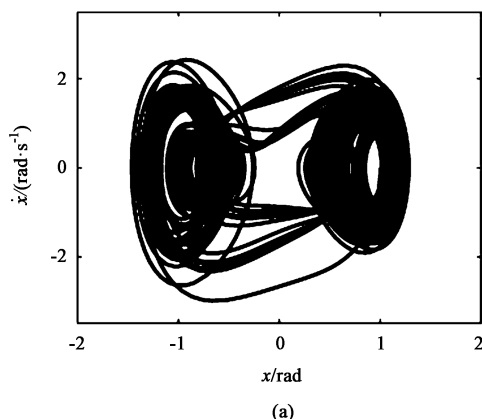
(a)



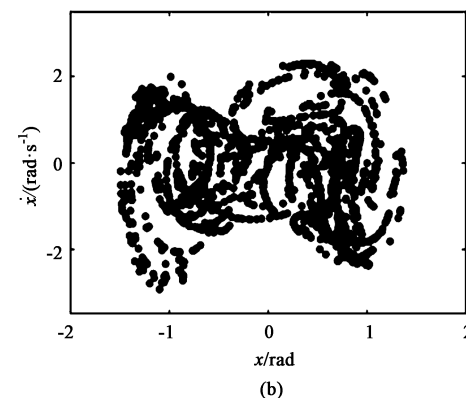
(b)

图 4 $f=6.35$ rad 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)Fig. 4 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $f=6.35$ rad

图 6 为等效线性阻尼系数 γ 影响的系统分岔特性图, 图 7 和图 8 为对应的相图和庞加莱截面图, 可以看出, γ 增大的过程中, 系统先从周期 3 运动突变为混沌振动, 当 $\gamma > 0.132$ 时, 系统先为倍周期分岔状态, 变为周期运动后逐渐趋于稳定。



(a)



(b)

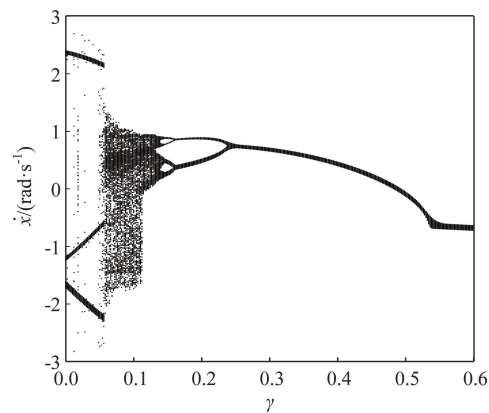
图 5 $f=7.65$ rad 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)Fig. 5 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $f=7.65$ rad

图 6 随等效线性阻尼系数变化的系统分岔特性图

Fig. 6 Bifurcation characteristics diagram of system with change of equivalent linear damping coefficient

图 9 为等效非线性阻尼系数 λ 变化影响的系统分岔特性图, 图 10 和图 11 为对应的相图和庞加莱截面图, 相轨迹为杂乱状态, 可以看出, 系统从混沌振动状态, 经历两次分岔后进入周期 2 运动, 最后在 $\lambda > 0.027$ 后趋于周期运动。在一定范围内, λ 越大, 系统混沌振动的可能性越小。设计冷轧机主传

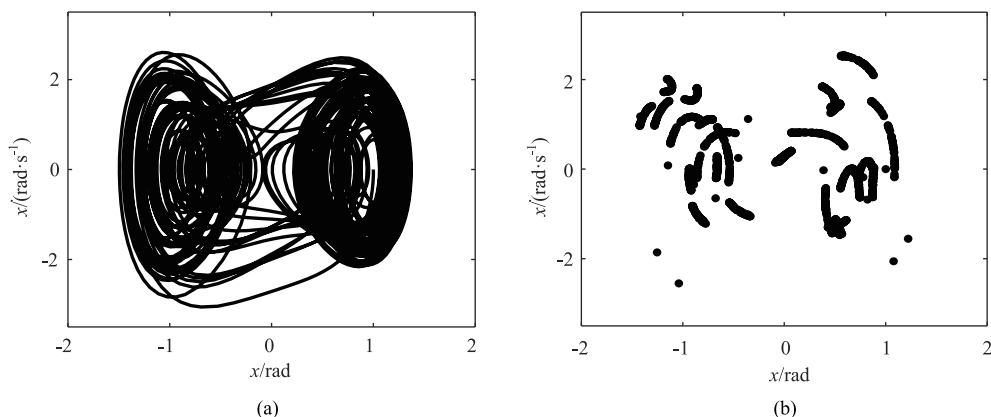


图 7 $\gamma=0.08$ 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)

Fig. 7 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $\gamma=0.08$

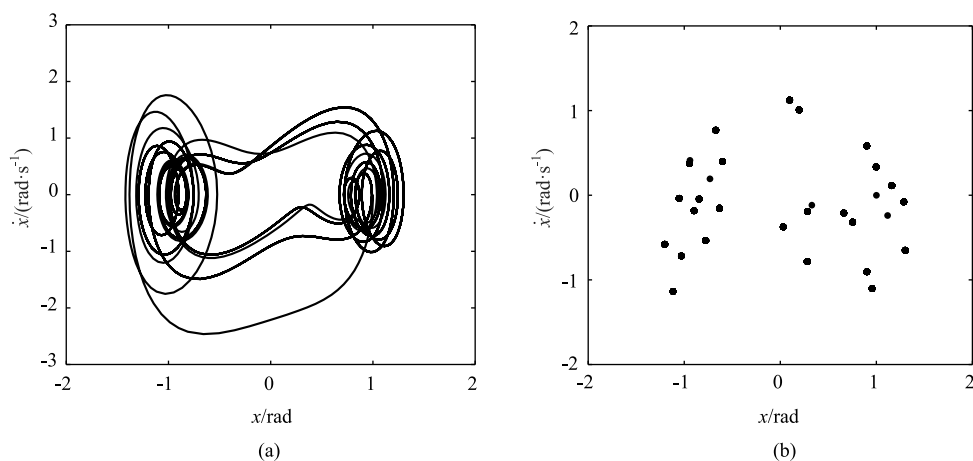


图 8 $\gamma=0.35$ 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)

Fig. 8 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $\gamma=0.35$

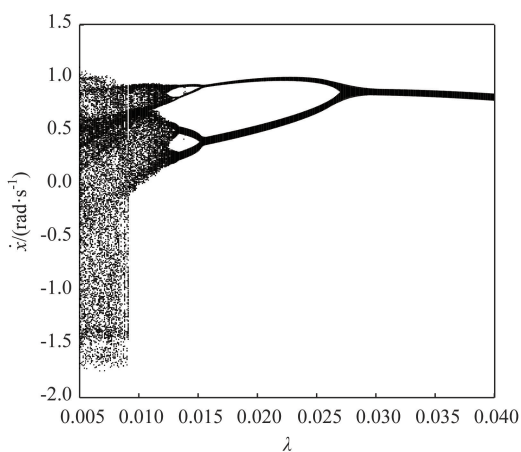


图 9 随等效非线性阻尼系数变化的系统分岔特性

Fig. 9 Bifurcation characteristics of system with change of equivalent nonlinear damping coefficient

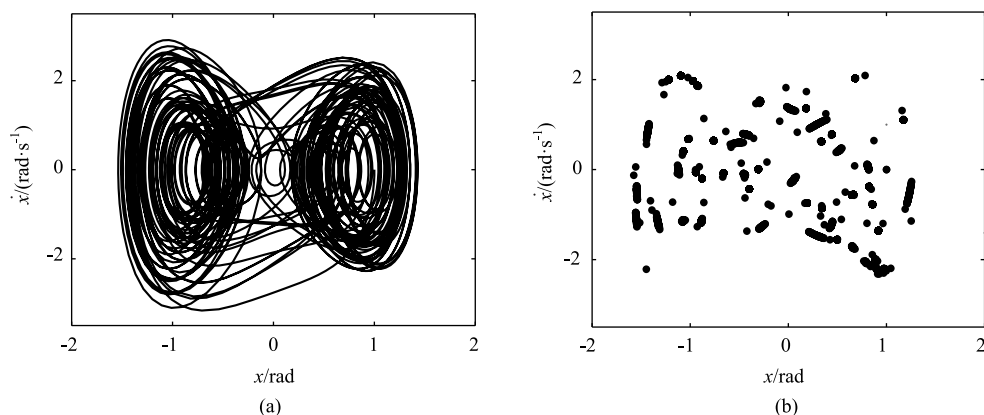
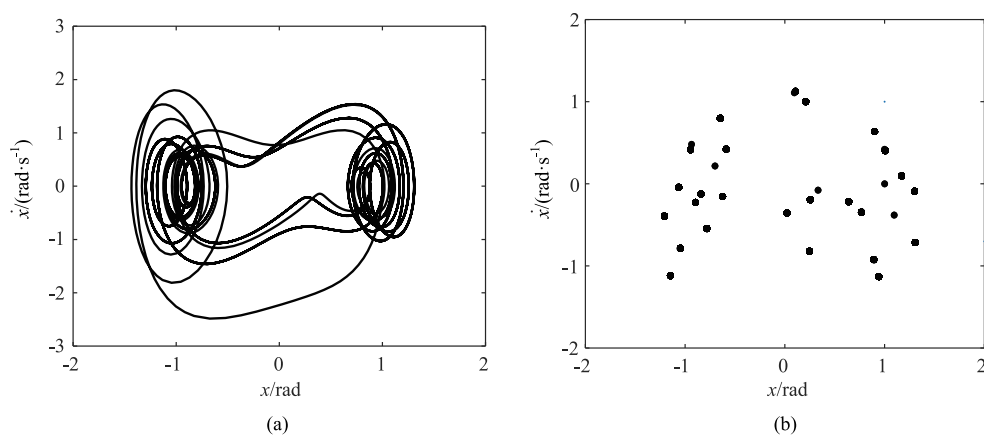
动系统时,可通过改变系统结构阻尼以提高系统的稳定性。

4 结论

(1) 系统外扰激励幅值和阻尼系数会影响非线性系统的振动幅值,等效非线性刚度系数对幅值的影响较弱,外扰谐波激励幅值的增大会影响系统振动幅值和共振区域,系统结构阻尼的增大会减小振动幅值,随着等效非线性刚度系数减小,共振区域增大,骨架中心频率右移。

(2) 系统参数会影响系统的运动状态,外扰激励幅值 $f > 6.528 \text{ rad}$ 时,主传动系统从周期运动逐渐转为混沌振动;等效非线性阻尼系数 $\lambda > 0.027$ 时,系统转为稳定周期运动;等效线性阻尼系数 $\gamma > 0.132$ 时,系统经历倍周期分岔逐渐趋于稳定运动,系统阻尼的增大会减小混沌运动的发生,提高系统稳定性。

(3) 设计冷轧机主传动系统的过程中,应确定

图 10 $\lambda=0.007$ 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)Fig. 10 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $\lambda=0.007$ 图 11 $\lambda=0.040$ 时系统的相图 (a) 及庞加莱截面图 (b)Fig. 11 Phase diagram (a) and Poincaré cross-section diagram (b) of system when $\lambda=0.040$

合理的系统参数域以避免系统失稳振动的发生, 研究结果可为轧机系统的优化设计提供参考。

参考文献:

- [1] Liu S, Li X, Tan S X, et al. Hopf bifurcation control for a coupled nonlinear relative rotation system with time-delay feedbacks [J]. Chinese Physics B, 2014, 23 (10): 299-305.
- [2] 李海滨, 王博华, 张志强, 等. 一类非线性相对转动系统的组合共振分岔与混沌 [J]. 物理学报, 2012, 61 (9): 326-332.
- Li H B, Wang B H, Zhang Z Q, et al. Combinatorial resonance bifurcation and chaos for a class of nonlinear relative rotation systems [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61 (9): 326-332.
- [3] 张瑞成, 杨蔚海, 梁卫征, 等. 板带轧机主传动非线性系统扭振控制 [J]. 控制工程, 2018, 25 (12): 2128-2133.
- Zhang R C, Yang W H, Liang W Z, et al. Torsional vibration control of strip rolling mill main drive nonlinear system [J]. Control Engineering of China, 2018, 25 (12): 2128-2133.
- [4] 高崇一, 魏云平, 秦红星, 等. 轧机主传动机电耦合扭振系统机理分析及影响因素研究 [J]. 机械强度, 2020, 42 (4): 966-970.
- Gao C Y, Wei Y P, Qin H X, et al. Research on mechanism and

influential factors of torsional vibration of main drive electromechanical coupled system of rolling mill [J]. Journal of Mechanical Strength, 2020, 42 (4): 966-970.

- [5] 华长春, 陈佳强, 陈健楠, 等. 未知扰动下冷轧机扭振自适应预定性能控制 [J]. 机械工程学报, 2021, 57 (4): 202-209.
- Hua C C, Chen J Q, Chen J N, et al. Adaptive prescribed performance control for torsional vibration of cold rolling mill with disturbance uncertainties [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57 (4): 202-209.
- [6] Qian C, Xu J J, Hua C C, et al. Modeling and vertical torsional coupling vibration control of the rolling mill with full state constraints [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32 (9): 5501-5519.
- [7] 侯东晓, 陈善平, 方成, 等. 万向联轴附加动态弯矩下板带轧机垂扭耦合振动特性研究 [J]. 振动与冲击, 2022, 41 (19): 48-54, 63.
- Hou D X, Chen S P, Fang C, et al. Vertical-torsional coupled vibration characteristics of strip mill under additional dynamic bending moment of universal joint shaft [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41 (19): 48-54, 63.
- [8] 和东平, 王涛, 解加全, 等. 波纹辊轧机辊系主共振分岔控

- 制研究 [J]. 机械工程学报, 2020, 56 (7): 109-118.
- He D P, Wang T, Xie J Q, et al. Research on principal resonance bifurcation control of roller system in corrugated rolling mills [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56 (7): 109-118.
- [9] 王运涛, 王磊, 田杰宇. 基于动态摩擦和分段刚度的热轧机水平振动行为分析 [J]. 锻压技术, 2022, 47 (4): 200-206, 226.
- Wang Y T, Wang L, Tian J Y. Analysis on horizontal vibration behavior of hot rolling mill based on dynamic friction and piecewise stiffness [J]. Forging & Stamping Technology, 2022, 47 (4): 200-206, 226.
- [10] Peng Y, Cui J X, Sun J L, et al. Torsional vibration for rolling mill with the drive system shaft axis deviations [J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2021, 46 (12): 165-177.
- [11] Yoon J Y, Kim B. Stability and bifurcation analysis of super-and sub-harmonic responses in a torsional system with piecewise-type nonlinearities [J]. Scientific Reports, 2021, (11): 23601.
- [12] Yoon J Y, Kim B. Sub-Harmonic response analysis of nonlinear dynamic behaviors induced by piecewise-type nonlinearities in a torsional vibratory system [J]. Applied Sciences, 2022, 12 (4): 1845.
- [13] 吴继民, 张义方, 朱小龙, 等. 轧机主传动系统在双源扰动作用下的动力学特性研究 [J]. 振动工程学报, 2019, 32 (4): 581-589.
- Wu J M, Zhang Y F, Zhu X L, et al. Research on dynamic characteristics of main drive system in rolling mill under double source disturbance [J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32 (4): 581-589.
- [14] 张义方, 闫晓强, 凌启辉. 负载谐波诱发轧机主传动机电耦合扭振仿真研究 [J]. 工程力学, 2015, 32 (1): 213-217, 225.
- Zhang Y F, Yan X Q, Ling Q H. Simulation research of electro-mechanical coupling torsional vibration for mill main drive system induced by load harmonics [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32 (1): 213-217, 225.
- [15] 李丽, 郝宇超, 李震. 组合激励下冷轧机工作辊水平振动特性研究 [J]. 振动与冲击, 2022, 41 (16): 135-141.
- Li L, Hao Y C, Li Z. Research on horizontal vibration characteristics of cold rolling mill work roll under combined excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41 (16): 135-141.
-
- (上接第 132 页)
- Li Y B, Ma Y W, Lou M, et al. Advances in welding and joining processes of multi-material lightweight car body [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52 (24): 1-23.
- [2] Chargedevs. In model Y, tesla replaces 70 underbody parts with one casting [Z]. 2020, <https://chargedevs.com/newswire/in-model-y-tesla-replaces-70-underbody-parts-with-one-casting/>.
- [3] 刘洋, 庄蔚敏, 何晓聪. 自冲铆接头成形及力学性能数值模拟关键技术研究进展 [J]. 机械工程学报, 2022, 58 (22): 168-185.
- Liu Y, Zhuang W M, He X C. Research progress on key technology of numerical simulation of forming process and mechanical properties of self-piercing riveted joint [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58 (22): 168-185.
- [4] Du Z P, Wei B, He Z C, et al. Experimental and numerical investigations of aluminium-steel self-piercing riveted joints under quasi-static and dynamic loadings [J]. Thin-Walled Structures, 2021, 169: 108277.
- [5] Ma Y W, He G Z, Lou M, et al. Effects of process parameters on crack inhibition and mechanical interlocking in friction self-piercing riveting of aluminum alloy and magnesium alloy [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2018, 140 (10): 101015.
- [6] Li D Z, Chrysanthou A, Patel I, et al. Self-piercing riveting-A review [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 92 (5-8): 1777-1824.
- [7] 张先炼, 何晓聪, 赵伦, 等. 钛合金薄板自冲铆接工艺及失效行为研究 [J]. 机械工程学报, 2018, 54 (13): 202-207.
- Zhang X L, He X C, Zhao L, et al. Process and failure behaviors of self-piercing riveting in titanium alloy sheets [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54 (13): 202-207.
- [8] 黄志超, 胡兆骅, 刘帅红, 等. SPFC440 钢/5052 铝自冲铆接头与胶铆复合接头腐蚀性能对比 [J]. 中国机械工程, 2022, 33 (11): 1345-1352.
- Huang Z C, Hu Z X, Liu S H, et al. Comparison of corrosion properties of SPFC440 steel/5052 aluminum self-piercing riveting joints and adhesive bond-riveted hybrid joints [J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33 (11): 1345-1352.
- [9] 单丰武, 杨海, 王付才, 等. 5052H32 铝合金薄板自冲铆接和无铆连接对比研究 [J]. 锻压技术, 2021, 46 (5): 101-108.
- Shan F W, Yang H, Wang F C, et al. Comparative study on self-piercing riveting and clinching for 5052H32 aluminum alloy sheet [J]. Forging & Stamping Technology, 2021, 46 (5): 101-108.
- [10] 刘付曙, 闫锋, 朱宇, 等. 自冲铆接中底模对压铸件裂纹影响的试验分析 [J]. 机械制造, 2021, 59 (9): 23-26.
- Liu F S, Yan F, Zhu Y, et al. Experimental analysis on influence of bottom die of self-piercing riveting on crack of die casting [J]. Machinery, 2021, 59 (9): 23-26.
- [11] Yang B X, Ma Y W, Shan H, et al. A comparative study of self-piercing riveting and friction self-piercing riveting of cast aluminum alloy Al-Si7Mg [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2023, 145 (1): 011003.
- [12] Neuser M, Kappe F, Ostermeier J, et al. Mechanical properties and joinability of AlSi9 alloy manufactured by twin-roll casting [J]. Advanced Engineering Materials, 2022, 24 (10): 2200874.
- [13] Zhao X Z, Meng D, Zhang J Y, et al. The effect of heat treatment on die casting aluminum to apply self-pierce riveting [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 109 (9-12): 2409-2419.
- [14] Zhao X Z. Research on Applying the Self-pierce Riveting (SPR) for Die Casting Aluminum Alloys [D]. West Lafayette, Indiana: Purdue University Graduate School, 2019.