

## 基于 M-K 理论的 5A06 铝合金板材温成形极限预测

李 升<sup>1</sup>, 黄晓敏<sup>2</sup>, 王佳鹏<sup>2</sup>, 周福见<sup>1</sup>, 龙莲珠<sup>1</sup>, 杨豆豆<sup>1</sup>, 王宝雨<sup>2</sup>

(1. 北京星航机电装备有限公司, 北京 100074; 2. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 5A06 铝合金的室温成形能力有限, 冲压成形易发生破裂, 为此对 5A06 铝合金板材的温成形进行研究, 并基于 M-K 凹槽理论对 5A06 铝合金板材的成形性能进行预测。首先, 采用理论计算和试验相结合的方式, 建立了 200~300 °C、0.01~1 s<sup>-1</sup> 条件下 5A06 铝合金的本构模型; 然后, 将 Swift 材料强化模型导入成形极限的推导中, 并采用 Newton-Raphson 迭代法求解得到 M-K 凹槽理论预测的成形极限图和初始厚度不均匀度  $f_0$ ; 最后, 对 5A06 铝合金板材进行 Nakajima 试验, 验证理论预测结果的准确性。结果表明, M-K 理论能够有效预测 5A06 铝合金在实验温度范围内的成形性能。

**关键词:** 5A06 铝合金; 成形极限; M-K 理论; 温成形; 厚度不均匀度

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2023.12.013

**中图分类号:** TG386.V26      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1000-3940 (2023) 12-0094-06

## Prediction on warm forming limit for 5A06 aluminum alloy sheet based on M-K theory

Li Sheng<sup>1</sup>, Huang Xiaomin<sup>2</sup>, Wang Jiapeng<sup>2</sup>, Zhou Fujian<sup>1</sup>, Long Lianzhu<sup>1</sup>, Yang Doudou<sup>1</sup>, Wang Baoyu<sup>2</sup>

(1. Beijing Xinghang Electro-mechanical Equipment Co., Ltd., Beijing 100074, China;

2. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

**Abstract:** The room temperature forming ability of 5A06 aluminum alloy is limited, and it is prone to cracking in stamping, for this problem, the warm forming of 5A06 aluminum alloy sheet was researched, and based on the M-K groove theory, the formability of 5A06 aluminum alloy sheet was predicted. Firstly, a constitutive model of 5A06 aluminum alloy under the conditions of 200–300 °C and 0.01–1 s<sup>-1</sup> was established by combining theoretical calculation and experiment. Then, the Swift material strengthening model was introduced into the derivation of forming limit, the forming limit diagram and the initial thickness unevenness predicted by the M-K groove theory were obtained by the Newton-Raphson iteration method. Finally, the Nakajima test was conducted on the 5A06 aluminum alloy sheet to verify the accuracy of theoretical prediction results. The results show that the M-K groove theory can effectively predict the formability of 5A06 aluminum alloy within the experimental temperature range.

**Key words:** 5A06 aluminum alloy; forming limit; M-K theory; warm forming; thickness unevenness

随着科学技术和社会的发展, 环境污染和能源消耗等问题变得日益严峻, 轻量化是实现节能减排的有效途径之一。铝合金因具有比强度高、密度小、可回收利用性能好等优点, 被广泛应用于航空、航天和汽车轻量化技术中<sup>[1]</sup>。冲压工艺是铝合金板材成形的一种重要的塑性加工技术, 但是铝合金在冲压成形时容易产生破裂缺陷, 准确地预测铝合金冲

压成形中出现的破裂缺陷, 并及时调整冲压工艺参数, 对于提高冲压生产效率、降低废品率和节约成本等具有重要意义<sup>[2]</sup>。

为了确定适宜的板料成形工艺参数, 研究人员提出了多种评价材料成形性能的方法, 其中成形极限图 (Forming Limit Diagram, FLD) 的应用最为广泛<sup>[3]</sup>。目前, 主要通过 Marciniak 试验<sup>[4]</sup>和 Nakajima 试验<sup>[5]</sup>获取板材的成形极限曲线 (Forming Limit Curve, FLC), 后者因模具结构简单、操作方便和充分考虑厚度方向应力对成形极限的影响, 使其在预测板材成形极限中的应用更为广泛<sup>[6]</sup>。

然而, 通过试验方法获取板材成形极限的方法耗时较长且步骤繁琐, 需要对不同应力三轴度下的

收稿日期: 2022-10-20; 修订日期: 2023-02-18

基金项目: 国家自然科学基金联合基金资助项目 (U1564202)

作者简介: 李 升 (1989-), 男, 博士, 高级工程师

**E-mail:** lishengsir@163.com

通信作者: 黄晓敏 (1986-), 女, 博士研究生, 工程师

**E-mail:** B20200250@xs.ustb.edu.cn

试样进行多次重复试验, 以确定材料的成形极限<sup>[7-8]</sup>。为此各国学者基于塑性成形理论提出了多种预测金属板材成形极限的理论准则: Swift 准则<sup>[9]</sup>、Hill 准则<sup>[10]</sup>和 M-K 准则等, 其中 M-K 准则因计算简单、预测精度较高而得到了广泛应用<sup>[11-12]</sup>。马高山等<sup>[13-14]</sup>采用 M-K 理论对高温下铝锂合金的成形极限进行理论计算, 以预测 5A90 铝锂合金在不同变形工艺下的成形性能, 并通过试验验证理论预测的准确性。杜平梅等<sup>[15]</sup>通过 M-K 凹槽理论分别对常温以及 25~300 °C 中温下的 TRIP 钢和 5A90 铝锂合金的成形极限进行理论预测, 并通过试验验证了理论预测的准确性。为了验证不同屈服准则对材料成形极限的影响, Li X Q 等<sup>[16]</sup>基于 M-K 理论, 分别采用 von Mises、Hill 48、Hosford 和 Barlat89 屈服函数预测不同形状的 2189-T3 铝锂合金板材的成形极限, 结果表明, Hosford 屈服函数更能准确预测 2189-T3 铝锂合金的成形性能。杨希英等<sup>[17]</sup>提出基于 C-L 韧性断裂准则的修正 M-K 模型, 通过逐步缩小单向拉伸试验与修正的 M-K 理论预测成形极限的差值, 最终确定材料的初始空洞体积分数  $f_0$ , 并得到修正的 M-K 理论预测成形极限曲线, 将试验结果与理论预测结果进行对比, 两者的吻合度较好。Nurchesme M 等<sup>[18]</sup>将 Hosford 屈服准则与 M-K 模型相结合以提高板材成形极限的预测精度。

5A06 铝合金具有塑性变形能力较好、抗腐蚀性好和无低温脆性等优点, 被广泛应用于船板、船体外壳以及航空油箱和导管等部位, 但是其在冲压成形过程中易产生破裂现象, 从而存在成品率低、生产成本高等问题<sup>[19-20]</sup>。为此, 本文对 5A06 铝合金板材的温成形展开研究, 通过基础试验和理论分析相结合的方法研究 5A06 铝合金板材在温成形条件下的流变行为以及在 300 °C 下的成形极限。首先通过单轴拉伸试验确定 Swift 强化模型参数, 而后通过 M-K 理论预测 5A06 铝合金板材的成形极限, 最后采用 Nakajima 试验对模型预测结果进行验证。本研究可为 5A06 铝合金板材成形性能的理论预测提供指导。

## 1 试验与分析

### 1.1 单轴拉伸试验

本文采用厚度为 1.2 mm 的 5A06 铝合金板材进行试验, 其化学成分如表 1 所示。

表 1 5A06 铝合金板材的化学成分 (% , 质量分数)  
Table 1 Chemical compositions of 5A06 aluminum alloy sheet (% , mass fraction)

Mg	Si	Cu	Zn	Mn	Ti	Be	Fe	Al
6.2	≤0.4	≤0.1	≤0.2	0.6	0.06	0.002	0.3	余量

将 5A06 铝合金板材沿长度方向切割成如图 1 所示的单向拉伸试样, 并将试样装夹在 WDW-200 微机控制电子式材料压扭试验机上, 在 20~300 °C 温度范围内对 5A06 铝合金板材进行单向拉伸试验, 拉伸的应变速率为 0.01、0.1 和 1 s<sup>-1</sup>。

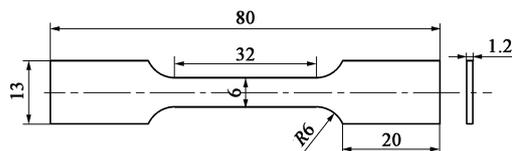


图 1 5A06 铝合金单向拉伸试样尺寸示意图

Fig. 1 Schematic diagram of uniaxial tensile sample dimensions for 5A06 aluminum alloy

### 1.2 成形极限试验

本文采用半球凸模胀形试验法研究 5A06 铝合金的成形极限, 该试验在 60 t 液压机上进行, 为了能够获得板材在不同应变状态下的试验数据, 本文设计了直径为  $\Phi 200$  mm, 宽度分别为 20、40、60、80、100、120 和 140 mm 的 7 个试样。不同宽度的试样对应不同的受力状态: 宽度为 20 mm 的试样在变形过程中的受力状态近似为单向拉伸应力状态; 宽度为 80 mm 的试样在变形过程中的受力状态近似为平面应变状态; 而宽度为 140 mm 的试样在变形过程中的受力状态为双拉应力状态; 其余试样的应力状态介于单向拉伸和双向等拉之间。这 7 个试样涵盖了单向拉伸-平面应变-双向拉伸等应变状态, 试样尺寸如图 2 所示。本文采用应变分析法测量铝合金板材的成形极限, 试验前在成形区域表面刻蚀尺寸为 2 mm×2 mm 的方形网格, 成形试验过程中网格会随成形的进行而不断变大, 试样断裂后, 测量试样表面网格的尺寸, 并与原始尺寸对比, 计算其主应变和次应变。

### 1.3 单向拉伸试验结果分析

通过单向拉伸试验测得工程应力-工程应变曲线, 然后通过式 (1) 和式 (2) 获得 5A06 铝合金单向拉伸的真应力和真应变:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0 \cdot \frac{l_0}{l}} = \frac{F}{A_0} \cdot \frac{l}{l_0} = \sigma_{\text{nom}}(1 + \varepsilon_{\text{nom}}) \quad (1)$$

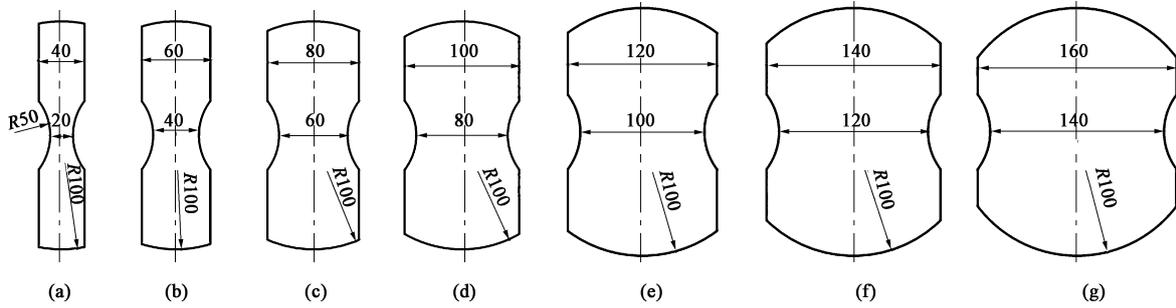


图 2 不同宽度的成形极限试样的尺寸图

(a) 20 mm (b) 40 mm (c) 60 mm (d) 80 mm (e) 100 mm (f) 120 mm (g) 140 mm

Fig. 2 Dimension diagrams of forming limit specimens with different widths

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}}) \quad (2)$$

式中： $\sigma$  和  $\sigma_{\text{nom}}$  分别为真应力和工程应力； $\varepsilon$  和  $\varepsilon_{\text{nom}}$  分别为真应变和工程应变； $F$  为瞬时载荷； $A_0$

和  $A$  分别为标距段的标准横截面积和瞬时横截面积； $l_0$ 、 $l$  和  $\Delta l$  分别为初始标距长度、瞬时标距长度和标距段的伸长量。

5A06 铝合金板材在  $0.01 \sim 1 \text{ s}^{-1}$ 、 $20 \sim 300 \text{ }^\circ\text{C}$  条件下的真应力-真应变曲线如图 3 所示。

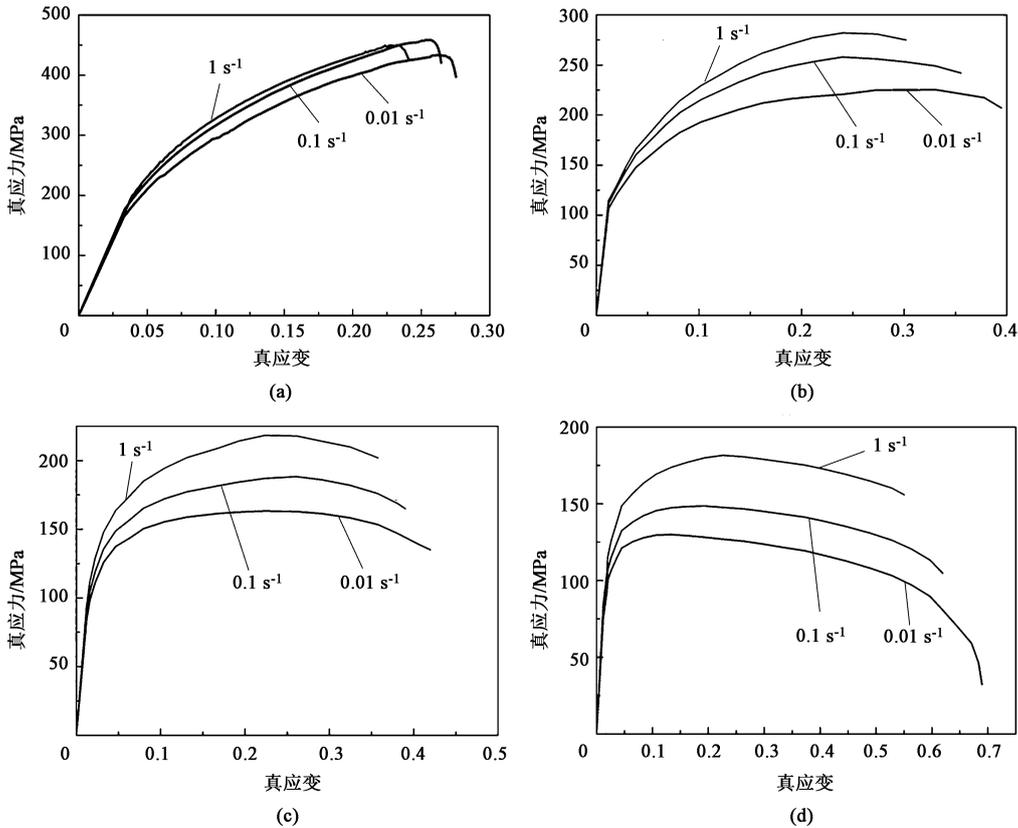


图 3 5A06 铝合金的真应力-真应变曲线

(a) 20 °C (b) 200 °C (c) 250 °C (d) 300 °C

Fig. 3 True stress-true strain curves of 5A06 aluminium alloy

在研究温度范围内，5A06 铝合金的伸长率随着变形温度的升高和应变速率的减小而增大，表现出明显的应变速率强化和热软化效应，在 200 和 250 °C 时材料伸长率的增大并不明显，而在 300 °C 时

5A06 铝合金的塑性得到了显著提高；在塑性变形阶段，材料的加工硬化随着变形温度的升高而降低，并且在 300 °C 时出现了应变软化现象。Swift 强化模型能够较好地反应塑性变形过程中由于应变和

应变速率变化而产生的强化作用，因此，本文采用 Swift 强化模型描述 5A06 铝合金在  $0.01 \sim 1 \text{ s}^{-1}$ 、 $200 \sim 300 \text{ }^\circ\text{C}$  变形工艺参数下的真应力-真应变关系，模型如式 (3) 所示，并借助 Matlab 软件获取强化模型参数。

$$\sigma = A_1 \varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \quad (3)$$

式中： $A_1$  为应变硬化系数，其值为 194.9； $n$  为应变硬化指数，本文取值为 0.1652； $m$  为应变速率敏感系数，本文取值为 0.4125； $\dot{\varepsilon}$  为应变速率。

在变形温度为  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  时，5A06 铝合金单向拉伸的试验值与拟合曲线如图 4 所示，两者的拟合效果较好。

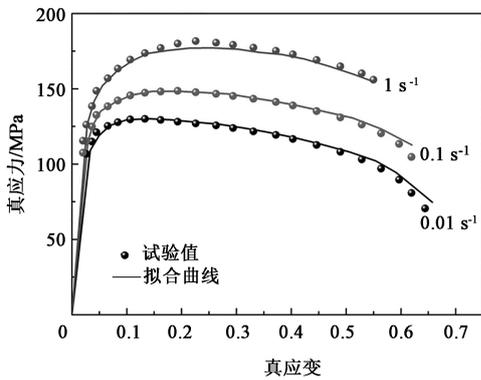


图 4 变形温度为  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  时 5A06 铝合金单向拉伸的试验值与拟合曲线的对比

Fig. 4 Comparison between experimental values and fitting curves for 5A06 aluminum alloy in uniaxial tension at deformation temperature of  $300 \text{ }^\circ\text{C}$

## 2 成形极限图理论研究

### 2.1 M-K 理论模型

M-K 理论被广泛应用于预测板材的成形极限，该理论认为板材并不是均匀连续体，其表面粗糙度和微裂纹存在差异。因此，假定材料存在某一薄弱区域，并将该区域等效为外侧凹槽，如图 5 所示，随着材料变形的增加，应变逐渐集中在槽内，并最终在凹槽处发生断裂。图 5 中，a 区为板料均匀变形区，b 区为非均匀变形区，1、2、3 分别表示板料的长度、宽度和厚度方向； $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  和  $\varepsilon_3$  为板料在长度、宽度和厚度方向上的应变； $\sigma_{1a}$  和  $\sigma_{1b}$  分别为 a 区和 b 区在长度方向的应力，即第一主应力； $\sigma_{2a}$  和  $\sigma_{2b}$  分别为 a 区和 b 区在宽度方向的应力，即次应力； $t_a$  和  $t_b$  分别表示变形过程中 a 区和 b 区的板料厚度。

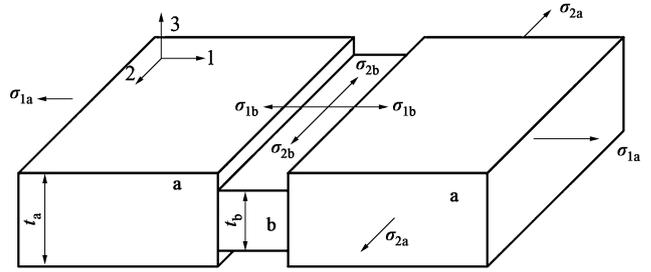


图 5 M-K 模型理论框架图

Fig. 5 Theoretical frame diagram of M-K model

M-K 理论包括以下几点假设：

(1) 变形协调条件，a 区的次应变增量  $d\varepsilon_{2a}$  和 b 区的次应变增量  $d\varepsilon_{2b}$  相等，即  $d\varepsilon_{2a} = d\varepsilon_{2b}$ ；

(2) 体积不变条件，在平面应力状态下，变形前后板料体积不变，即  $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0$ ；

(3) 力平衡条件， $\sigma_{1a}t_a = \sigma_{1b}t_b$ 。

### 2.2 FLD 理论预测

由于凹槽的存在，使得在 M-K 模型中板料存在一个初始厚度不均匀度  $f_0$ ，即：

$$f_0 = \frac{t_{b0}}{t_{a0}} \quad (4)$$

式中： $t_{a0}$  和  $t_{b0}$  分别为板料在均匀变形区和凹槽区的初始厚度。

由单向拉伸试验可知，采用 Swift 强化模型描述 5A06 铝合金的应力、应变关系，其模型参数同 1.3 节。变形初始阶段，a 区和 b 区的初始应变值均为 0，本文预先给定 a 区的一个应变增量  $d\varepsilon_a^1$  (其中， $\varepsilon_a^1$  为 a 区长度方向的应变，即 a 区的主应变)，以便计算 a 区和 b 区的应变分量。考虑到 5A06 铝合金在  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  下的应力、应变关系满足 Mises 各向同性屈服准则，即：

$$2f = (\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2 = \bar{\sigma}^2 \quad (5)$$

式中： $f$  为瞬时厚度不均度； $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  分别为板料在长度、宽度和厚度方向上的应力； $\bar{\sigma}$  为板料的等效应力。

假设板料的主应力 (长度方向的应力) 与次应力 (宽度方向的应力) 的比值为  $\alpha$ ，板料等效应力和主应力的比值为  $\varphi$ ，即  $\alpha = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ 、 $\varphi = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_1}$ 。板料在变形过程中其受力可以等效为平面应力状态，即材料在厚度方向上的应力为 0， $\sigma_3 = 0$ ，则式 (5) 在平面应力状态下变为：

$$\varphi = (1 + \alpha^2 + \alpha)^{1/2} \quad (6)$$

由 Mises 增量理论，应变增量和应力的关系可

表示为:

$$\frac{d\varepsilon_1}{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3} = \frac{d\varepsilon_2}{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3} = \frac{d\varepsilon_3}{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{2\bar{\sigma}} \quad (7)$$

式中:  $d\varepsilon_1$ 、 $d\varepsilon_2$  和  $d\varepsilon_3$  分别为板料在长度、宽度和厚度方向上的应变增量, 其中  $d\varepsilon_1$  和  $d\varepsilon_2$  又称为主应变增量和次应变增量;  $\bar{\varepsilon}$  为板料的等效应变。

假设板料的次应变增量  $d\varepsilon_2$  和主应变增量  $d\varepsilon_1$  的比值为  $\rho$ , 板料的等效应变增量  $d\bar{\varepsilon}$  和主应变增量  $d\varepsilon_1$  的比值为  $\beta$ , 即  $\rho = \frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = \frac{2\alpha-1}{2-\alpha}$ 、 $\beta = \frac{d\bar{\varepsilon}}{d\varepsilon_1} = \frac{2\varphi}{2-\alpha}$ , 则板料在变形过程中瞬态厚度  $t$  可表示为:

$$t = t_0 \exp(\varepsilon_3) \quad (8)$$

式中:  $t_0$  为原始板料的厚度。

根据  $d\varepsilon_{2a} = d\varepsilon_{2b}$ ,  $d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0$  和  $\sigma_{1a}t_a = \sigma_{1b}t_b$ , 可以得到以下关系:

$$\bar{\sigma}_a \exp(\varepsilon_3^a) \varphi_b = \bar{\sigma}_b \exp(\varepsilon_3^b) \varphi_a \quad (9)$$

式中:  $\bar{\sigma}_a$  和  $\bar{\sigma}_b$  分别为 a 区和 b 区的等效应力;  $\varepsilon_3^a$

和  $\varepsilon_3^b$  分别为 a 区和 b 区厚度方向上的应变;  $\varphi_a$  和  $\varphi_b$  分别为 a 区和 b 区的板料等效应力和主应力的比值。

板料在变形过程中的瞬时厚度不均度  $f$  可表示为:

$$f = f_0 \exp(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a) \quad (10)$$

式中:  $f_0$  为初始厚度不均度。

将式 (9) 带入式 (10) 中, 可得到式 (11):

$$\sigma_a \varphi_b - \sigma_b \varphi_a f = 0 \quad (11)$$

预先给定 a 区的应变增量  $d\varepsilon_a^1$ , 而后采用 Newton-Raphson 迭代法, 通过 Matlab 编程计算 a 区和 b 区的其余应变值, 当  $d\varepsilon_a^1 \gg d\varepsilon_b^1$  时, 板料在凹槽处发生破裂, 此时得到该应变路径下的极限应变。

### 3 成形极限的理论预测与试验验证

通过半球凸模胀形试验获得 5A06 铝合金板材在 300 °C 下的成形极限, 5A06 铝合金在 300 °C 下的成形极限破裂件如图 6 所示。在试验结束后, 冲压试件在与冲头顶部接触的部分破裂前发生了颈缩现象。

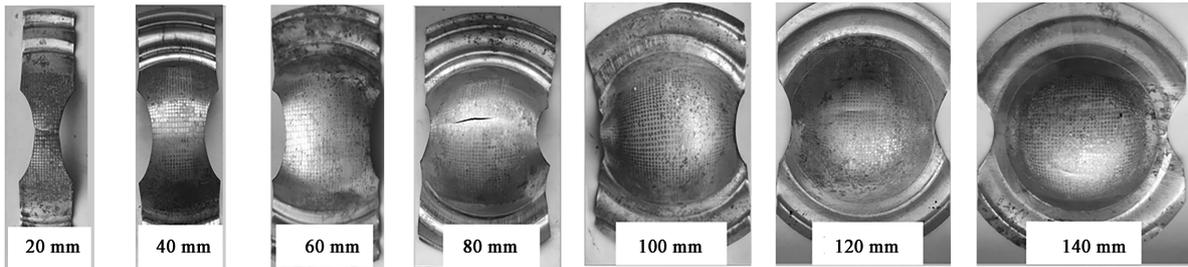


图 6 Nakajima 试验变形后的试样  
Fig. 6 Deformed specimens after Nakajima test

基于 M-K 理论, 利用 Matlab 软件对 300 °C 下 5A06 铝合金的成形极限曲线进行理论预测, 以确定 M-K 模型中的初始厚度不均度  $f_0$ , 具体操作如下:

(1) 设定初始的  $f_0$ , 利用 M-K 理论计算不同应力状态下试样的断裂应变, 得到 5A06 铝合金板材的理论成形极限曲线;

(2) 将单轴拉伸试验结果与 M-K 模型的理论预测极限结果进行比较, 并根据试验与理论预测结果的差值调整  $f_0$  的数值, 当差值小于 0.005 时, 最终确定初始厚度不均度  $f_0$ 。

当 5A06 铝合金板材的初始厚度不均度  $f_0$  的值为 0.975 时, 利用 M-K 理论得到 5A06 铝合金的理论成形极限和成形极限试验点的对比, 如图 7 所示。由图 7 可知, M-K 理论预测结果和试验结果的变化趋势基本吻合, 但是 M-K 理论预测曲线高于试

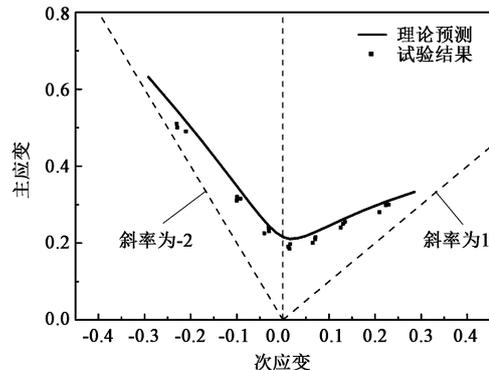


图 7 5A06 铝合金板材的成形极限图  
Fig. 7 FLD of 5A06 aluminium alloy sheet

验值, 这是因为依据 M-K 理论, 当发生颈缩失稳时, 材料就进入失效状态。但是在试验状态下, 本文选取位于颈缩部位的网格进行测量, 所以预测得

到的曲线高于试验值。

## 4 结论

(1) 通过单轴拉伸试验, 获得 5A06 铝合金板材在  $0.01 \sim 1 \text{ s}^{-1}$ 、 $200 \sim 300 \text{ }^\circ\text{C}$  变形工艺参数下的应力、应变关系, 并且在  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  时材料具有较高的伸长率。

(2) 采用单轴拉伸试验、Abaqus 有限元仿真和 Matlab 等手段, 获得 5A06 铝合金在  $0.01 \sim 1 \text{ s}^{-1}$ 、 $200 \sim 300 \text{ }^\circ\text{C}$  条件下的 Swift 强化模型参数和 M-K 模型的初始厚度不均匀度  $f_0$ 。

(3) 基于 M-K 理论, 预测 5A06 铝合金板材在  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  下的成形极限, 并通过 Nakajima 试验, 验证了理论预测结果的准确性和可靠性。

### 参考文献:

- [1] 马晓波, 王东新, 胡侨丹, 等. 元素添加强化铍铝合金研究现状 [J]. 稀有金属, 2021, 45 (8): 1010-1017.  
Ma X B, Wang D X, Hu Q D, et al. Research status of additive elements to strengthen beryllium aluminum alloy [J]. Chinese Journal of Rare Metals, 2021, 45 (8): 1010-1017.
- [2] 尤晋, 龚红英, 刘尚保, 等. 基于 Dynaform 及响应面法的 6016 铝合金散热壳体冲压成形及优化 [J]. 锻压技术, 2022, 47 (3): 54-58.  
You J, Gong H Y, Liu S B, et al. Stamping and optimization on 6016 aluminum alloy radiator shell based on Dynaform and response surface method [J]. Forging & Stamping Technology, 2022, 47 (3): 54-58.
- [3] Kim D, Kim H, Kim J H, et al. Modeling of forming limit for multilayer sheets based on strain-rate potentials [J]. International Journal of Plasticity, 2015, 75: 63-99.
- [4] Marciniak Z, Kuczynski K. Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1967, 9 (9): 609-620.
- [5] Nakajima K, Kikuma T, Hasuka K. Study on the formability of steel sheets [J]. Yawata Technical Report, 1968, 284: 678-680.
- [6] Ma B L, Wan M, Cai Z Y, et al. Investigation on the forming limits of 5754-O aluminum alloy sheet with the numerical Marciniak-Kuczynski approach [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 142-143: 420-431.
- [7] Barata da Rocha A, Santos A D, Teixeira P, et al. Analysis of plastic flow localization under strain paths changes and its coupling with finite element simulation in sheet metal forming [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2009, 209 (11): 5097-5109.
- [8] Chung K, Lee C, Kim H. Forming limit criterion for ductile anisotropic sheets as a material property and its deformation path insensitivity, Part II: Boundary value problems [J]. International Journal of Plasticity, 2014, 58: 35-65.
- [9] Swift H W. Plastic instability under plane stress [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1952, 1: 1-18.
- [10] Hill R. On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets [J]. Journal of Mechanics and Physics Solids, 1952, 1: 19-30.
- [11] Wang H B, Yan Y, Han F, et al. Experimental and theoretical investigations of the forming limit of 5754O aluminum alloy sheet under different combined loading paths [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 133: 147-166.
- [12] Basak S, Panda S K. Failure strains of anisotropic thin sheet metals; Experimental evaluation and theoretical prediction [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 151: 356-374.
- [13] 马高山, 万敏, 吴向东. 5A90 铝锂合金热态下的成形极限图及其计算模型 [J]. 中国有色金属学报, 2008, (4): 717-721.  
Ma G S, Wan M, Wu X D. Forming limit diagram and calculating model for 5A90 Al-Li alloy sheet at elevated temperature [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2008, (4): 717-721.
- [14] 马高山, 万敏, 吴向东. 基于 M-K 模型的铝锂合金热态下成形极限预测 [J]. 中国有色金属学报, 2008, (6): 980-984.  
Ma G S, Wan M, Wu X D. Theoretical prediction of FLDs for Al-Li alloy at elevated temperature based on M-K model [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2008, (6): 980-984.
- [15] 杜平梅, 郎利辉, 刘宝胜, 等. 基于 M-K 模型的成形极限预测及参数影响 [J]. 塑性工程学报, 2011, 18 (5): 84-89.  
Du P M, Lang L H, Liu B S, et al. Theoretical prediction and parameter influence of FLDs based on M-K model [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2011, 18 (5): 84-89.
- [16] Li X Q, Song N, Guo G Q, et al. Prediction of forming limit curve (FLC) for Al-Li alloy 2198-T3 sheet using different yield functions [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26 (5): 1317-1323.
- [17] 杨希英, 郎利辉, 刘康宁, 等. 基于修正 M-K 模型的铝合金板材成形极限图预测 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (4): 675-679.  
Yang X Y, Lang L H, Liu K N, et al. Prediction of forming limit diagram of AA7075-O aluminum alloy sheet based on modified M-K model [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41 (4): 675-679.
- [18] Nurcheshmeh M, Green D E. Prediction of forming limit curves for nonlinear loading paths using quadratic and non-quadratic yield criteria and variable imperfection factor [J]. Materials & Design, 2016, 91: 248-255.
- [19] Jiao Z H, Lang L H, Zhao X N. 5A06 aluminum-magnesium alloy sheet warm hydroforming and optimization of process parameters [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2021, 31 (10): 2939-2948.
- [20] 陈鹏. 5A06 铝合金凹底筒形件刚柔复合拉深温成形工艺研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2022.  
Chen P. Study on Forming Process of 5A06 Aluminum Alloy Concave-bottom Cylindrical Parts with Rigid-flexible Composite Deep Drawing Temperature [D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2022.