

## 基于改进分数阶 PID 的活套高度控制

周建新, 侯宏瑶, 郑日成

(华北理工大学 电气工程学院, 河北 唐山 063000)

**摘要:** 为解决板带热连轧过程中活套高度控制问题, 提出了一种加入淘汰机制的麻雀搜索算法 (SSA) 与分段式 ITAE 性能指标的自适应参数整定方法。该方法引入了  $2^N$  分段 Tent 混沌映射与末位淘汰机制来加强 SSA 的全局搜索能力与局部收敛精度, 并通过计算误差变化速率将传统 ITAE 性能指标改进为一种自适应函数以符合分数阶 PID 在不同阶段的要求。将该方法与其他整定方法进行对比并应用在活套高度控制的仿真试验, 对系统响应曲线及上升时间、调节时间、超调量和稳定误差等性能指标进行分析, 证明了改进的控制方法可使被控对象获得良好的动态特性。

**关键词:** 热连轧; 活套高度控制; 分数阶 PID; 混沌映射; 淘汰机制; 麻雀搜索算法

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2024.02.017

**中图分类号:** TP18; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3940 (2024) 02-0136-10

## Looper height control based on improved fractional order PID

Zhou Jianxin, Hou Hongyao, Zheng Richeng

(College of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063000, China)

**Abstract:** In order to solve the looper height control problem in the hot strip rolling process, a sparrow search algorithm (SSA) with an elimination mechanism and an adaptive parameter tuning method of integral time absolute error (ITAE) performance index were proposed, which introduced  $2^N$  segment Tent chaotic mapping and last elimination mechanism to enhance the global search capability and local convergence accuracy of SSA, and the traditional ITAE performance indexes were improved by calculating the error change rate into an adaptive function to comply with the requirements of fractional order PID in different stages. The method was compared with other tuning methods and applied on the simulation test of looper height control. The system response curve and other performance indexes such as rise time, adjustment time, overshoot and stability error were analyzed, proving that the improved control method could make the controlled objects obtain good dynamic characteristics.

**Key words:** hot strip rolling; looper height control; fractional order PID; chaotic mapping; elimination mechanism; sparrow search algorithm

带钢热连轧生产过程中, 精轧机组是关键工艺环节和核心工艺设备, 对最终热轧成品质量起着决

定性作用<sup>[1]</sup>。但由于轧制条件的变化, 为了维持金属秒流量平衡和控制带钢张力, 需要在精轧机组中装配液压活套用于机架间秒流量及带钢张力的调节<sup>[2]</sup>。近几十年, 工程人员和学者对活套系统进行了大量的研究, 例如, 王娜等<sup>[3]</sup>对迁钢 1580 活套系统的起套转矩、控制增益和 AGC 限幅等方面进行优化, 提高了带钢稳定性。费佳等<sup>[4]</sup>针对宝钢 1580 热

收稿日期: 2023-06-19; 修订日期: 2023-09-18

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目 (F2018209201)

作者简介: 周建新 (1977-), 男, 博士, 副教授

E-mail: zhoujianxin1977@126.com

- [12] 王雨, 谢丹, 何珞玉, 等. 大型异形环件径-轴向轧制芯辊运动自适应控制 [J]. 塑性工程学报, 2021, 28 (12): 81-89.  
Wang Y, Xie D, He L Y, et al. Adaptive control of core roll motion in radial axial rolling of large shaped ring [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2021, 28 (12): 81-89.
- [13] 赵炳利, 周宇, 李晓飞. 环件轧制中导向辊运动的研究 [J]. 冶金设备, 2012, 194 (2): 9-12.  
Zhao B L, Zhou Y, Li X F. Research on guide roller movement in

- ring rolling [J]. Metallurgical Equipment, 2012, 194 (2): 9-12.
- [14] 钱东升, 田汉, 邓加东. 面向极大尺度环件径-轴向稳定轧制的环件匀速长大状态精准闭环控制方法 [J]. 机械工程学报, 2023, 59 (10): 85-95.  
Qian D S, Tian H, Deng J D. Precise closed-loop control method for uniform growth state of rings for diameter-axial stable rolling of very large scale rings [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59 (10): 85-95.

轧活套，提出了基于 ILQ 理论的控制，其对活套高度系统的控制精度较高。李伯群等<sup>[5]</sup>设计了活套系统的 BP-RBF 神经网络自适应控制，改善了整体控制效果，确保了系统稳定性。童朝南等<sup>[6]</sup>提出了积分滑模变结构控制器，提高了活套系统对干扰的鲁棒性。

目前，大多数热连轧厂最常见的活套控制方法为 PID 控制，其由于结构简单、稳定性好和工作可靠而成为工业控制的主要技术之一<sup>[7]</sup>。随着近年来工业化的不断发展，活套高度控制系统的响应速度和稳态精度也面临着更高的要求<sup>[8]</sup>。但普通 PID 控制器超调大、控制时间长，且参数整定需要大量的相关经验，有时无法满足生产需要。

分数阶 PID (Fractional-order PID, FOPID) 最开始由斯洛伐克学者 Podlubny I<sup>[9]</sup> 提出，其相较于整数阶 PID 能够更灵活地控制受控对象<sup>[10]</sup>。随着智能控制理论与分数阶微积分学的逐渐成熟，将 FOPID 的参数整定看做一个数值寻优过程，并与优化算法相结合成为了当前研究的热点。例如，黄丽莲等<sup>[11]</sup>提出了一种参数自适应的改进型差分进化算法优化 FOPID 参数，通过在传统 DE 算法上引入群体适应度方差，防止参数寻找陷入局部最优；陈超波等<sup>[12]</sup>通过在 FOPID 设计中加入人工蜂群算法 (Artificial Bee Colony, ABC) 提高了控制器参数搜索速度与精度；朱敏等<sup>[13]</sup>将粒子群算法与 FOPID 参数寻优相结合，设计了超调小、具有良好干扰性的控制器。

薛建凯等<sup>[14]</sup>在 2020 年提出了麻雀搜索算法 (Sparrow Search Algorithm, SSA)，该算法与其他群智能优化算法相比，具有寻优速度快、收敛精度高和易于实现等优点。但其也存在诸多问题，如种群初始化时位置的随机性产生导致迭代后期种群多样性不足，由于其机制问题，迭代过程中可能会陷入局部最优解。对于上述问题，大量学者对 SSA 进行了改进。例如，段玉先等<sup>[15]</sup>提出了基于 Sobel 序列和纵横交叉的麻雀搜索算法，在增强全局搜索能力方面取得了一定优势。李爱莲等<sup>[16]</sup>提出了一种加入正余弦和柯西变异的麻雀搜索算法，提高了算法寻找全局最优解的能力。吕鑫等<sup>[17]</sup>采用一种结合高斯变异与混沌扰动的麻雀搜索算法，改进了算法的收敛速度与稳定性。

上述策略在一定程度上改进了传统 SSA 对于平衡全局搜索和局部收敛方面的缺点，但在 FOPID 控制器参数整定并控制活套高度系统方面，仍具有很大的改进裕度。针对此问题，本文通过一种加入  $2^N$  分段 Tent 混沌映射和末位淘汰机制的改进麻雀搜索算法 (TES-

SA) 及分段式的 ITAE (Integral Time Absolute Error) 性能指标整定 FOPID 参数并用于活套高度控制系统。

## 1 加入淘汰机制的改进麻雀搜索算法 (TESSA)

### 1.1 基本麻雀搜索算法

麻雀搜索算法是受麻雀种群觅食与生存行为启发而产生的一种群智能算法。其种群分为 3 类个体，分别是发现者、跟随者和侦察者。发现者负责寻找最佳觅食地点，并带领整个种群移动，其表达式如式 (1) 所示：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^t \cdot \exp\left(\frac{-i}{\alpha \cdot T_{\max}}\right), & R_2 < ST \\ X_{i,j}^t + QL, & R_2 \geq ST \end{cases} \quad (1)$$

式中： $X_{i,j}^t$  为  $t$  时刻第  $i$  只麻雀个体在第  $j$  维的位置； $X_{i,j}^{t+1}$  为  $(t+1)$  时刻第  $i$  只麻雀个体在第  $j$  维的位置； $\alpha$  为  $[0, 1]$  之间的随机数； $T_{\max}$  为最大迭代次数； $Q$  为服从正态分布的随机数； $L$  为全 1 矩阵； $R_2$  为预警值， $R_2 \in [0, 1]$ ； $ST$  为安全阈值， $ST \in [0.5, 1]$ 。当  $R_2 < ST$  时，表示当前觅食地点安全，当  $R_2 \geq ST$  时，表示种群受到天敌威胁，需飞向其他地方觅食。

跟随者会与发现者争夺食物，其更新位置如式 (2) 所示：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{X_{\text{worst}}^t - X_{i,j}^t}{i^2}\right), & i > \frac{n}{2} \\ X_p^{t+1} + |X_{i,j}^t - X_p^{t+1}| \cdot A^+ \cdot L, & i \leq \frac{n}{2} \end{cases} \quad (2)$$

式中： $X_{\text{worst}}^t$  为全局最差位置； $X_p^t$  为  $t$  时刻发现者中的最佳位置； $X_p^{t+1}$  为  $(t+1)$  时刻发现者的最佳位置； $A^+ = A^T (AA^T)^{-1}$ ， $A$  为一个  $(1 \times d)$  的矩阵，每个元素随机分配 1 或者 -1； $n$  为麻雀个体总数。

种群中，包含 10%~20% 的侦察者，其可以感知附近的危险，具体位置更新如式 (3) 所示：

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{\text{best}}^t + \beta \cdot |X_{i,j}^t - X_{\text{best}}^t|, & f_i > f_g \\ X_{i,j}^t + K \cdot \left(\frac{|X_{i,j}^t - X_{\text{worst}}^t|}{f_i - f_w + \varepsilon}\right), & f_i = f_g \end{cases} \quad (3)$$

式中： $X_{\text{best}}^t$  为全局最优位置； $\beta$  为正态分布随机数； $K$  为  $[-1, 1]$  之间的随机数； $\varepsilon$  为极小常值； $f_i$  为第  $i$  只麻雀所对应的适应度值； $f_g$  和  $f_w$  分别为全局最优和最差适应度值，其根据当前个体与最优个体

之间的比较来选择更新策略。

## 1.2 改进麻雀搜索算法

针对基本 SSA 随机初始化种群所导致的全局搜

$$X_{n+1} = \begin{cases} 2^N X_n / h, & 0 < X_n \leq h 2^{-N} \\ (1 - 2^N X_n) / (1 - h), & h 2^{-N} < X_n \leq 2^{-N} \\ \{1 - 2^N [X_n - 2^{-N}(1 - h)]\} / (1 - h), & 2^{-N} < X_n \leq (2^{-(N-1)} - h 2^{-N}) \\ \vdots & \vdots \\ \{1 - 2^N [X_n - (1 - 2^{-(N-1)})]\} / (1 - h), & (1 - 2^{-(N-1)} + h 2^{-N}) < X_n \leq (1 - 2^{-N}) \\ \{1 - 2^N [X_n - (1 - 2^{-(N-1)}) - 2^{-N}(1 - h)]\} / (1 - h), & (1 - 2^{-N}) < X_n \leq (1 - h 2^{-N}) \\ 2^N [X_n - (1 - h 2^{-N})] / h, & (1 - 2^{-N} \times h) < X_n \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $X_n$  为映射前的个体位置;  $X_{n+1}$  为映射后的个体位置;  $2^N$  为分段数;  $N$  为整数阶阶次;  $h$  为分段间隔选择,  $h \in (0, 1)$ , 若  $2^N = 1$ , 则  $h = 0.5$ , 此时, 式 (14) 为普通的 Tent 混沌映射。

通过式 (5) 计算其 Lyapunov 指数, 可知  $2^N$  分段 Tent 混沌映射的 Lyapunov 指数大于普通映射, 故其具有更好的随机性与遍历性。所以,  $2^N$  越大, 其对于 SSA 种群位置的初始化则更具有随机性和遍历性。但同时随着指数  $N$  的不断增大, 计算时间也会成倍增加, 为了平衡种群多样性与搜索时间, 选取  $2^N = 16$ , 在  $(0, 1)$  之间产生随机数, 并经分段 Tent 混沌迭代 200 次后的数值分布如图 1 所示。

$$\lambda = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-1} \ln \left| \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} \quad (5)$$

式中:  $\lambda$  为 Lyapunov 指数;  $m$  为迭代次数;  $x_i$  为第  $i$  次迭代的位置;  $f$  为分段映射表达式。

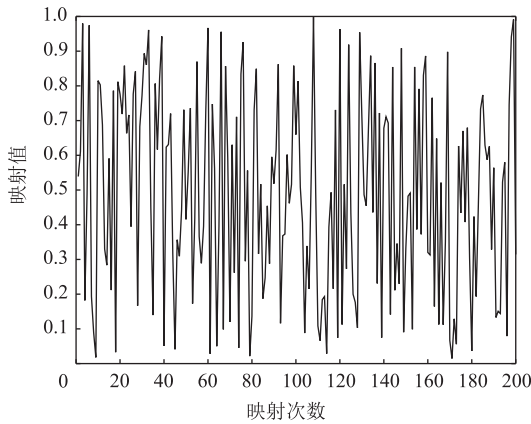


图 1  $2^N = 16$  时 Tent 映射分布

Fig. 1 Distribution of Tent mapping when  $2^N = 16$

传统麻雀搜索算法中, 麻雀个体通过式 (1) ~ 式 (3) 来更新位置, 但这种方式依赖于各种参数的设置与搜索步长的选择, 容易降低算法收敛速度, 故在整个种群 3 类个体位置更新完毕后, 通过计算

索能力下降的问题, 通过在产生初始位置时引入  $2^N$  分段 Tent 混沌映射来增加其种群多样性。具体表达式如式 (4) 所示:

所有个体适应度值来进行末位淘汰机制, 加快算法收敛速度。其表达式如式 (6) 所示:

$$X_{i,j}^{t+1} = X_{\text{best}}^t \cdot Q \cdot [\tanh(5 \cdot \text{rand} - 2.5)] \quad (6)$$

式中:  $i$  为第  $i$  只麻雀个体, 此时  $i = [1, 2, \dots, M]$ ,  $M$  为淘汰个体的数量; rand 为  $[0, 1]$  之间的随机数。

通过式 (6), 新个体会在最佳个体附近产生, 算法会加快向最优值的收敛速度。在进行淘汰选择时, 淘汰个体数量  $M$  作为关键参数, 决定了算法能否在加快收敛速度的同时, 避免陷入局部最优。而固定的  $M$  值, 无法满足算法不同的迭代阶段的要求, 故将  $M$  设置为一种非线性函数, 其表达式如式 (7) 所示:

$$M = \left[ 1 - \left( \frac{t_1}{T_{\max}} \right)^\omega \right]^{\frac{1}{\omega}} \cdot Eli \cdot G \quad (7)$$

式中:  $t_1$  为当前迭代次数;  $\omega$  为下降速率,  $\omega \in (1, 1.5)$ ;  $Eli$  为设置的初始淘汰比例,  $Eli \in (0, 0.5]$ ;  $G$  为种群个体数。

由式 (7) 可知, 在初始迭代时淘汰比例较大, 可节省搜索时间, 而在迭代后期会逐渐减小, 保持种群的多样性。为避免由于淘汰机制而产生的陷入局部最优值的问题, 受文献 [16] 启发, 改进跟随者位置更新公式, 用来增强麻雀算法的全局搜索能力。其表达式如式 (8) 所示:

$$X_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} X_{i,j}^t + X_{\text{worst}}^t \cdot \tan[2 \cdot (1 - \frac{t_1}{T_{\max}})], & i > \frac{n}{2} \\ X_{\text{best}}^t + X_{\text{best}}^t \cdot \text{Cauchy}(0, 1), & i \leq \frac{n}{2} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\text{Cauchy}(0, 1)$  为标准柯西分布函数。

新的更新公式会使算法在迭代前期极大加强全局搜索能力, 并使其在最优值附近进行相对广泛的搜索。

## 2 分数阶系统及分数阶 PID 控制器原理

### 2.1 分数阶系统

取一分数阶系统传递函数  $G_f(s)$ ，如式 (9) 所示：

$$G_f(s) = \frac{1}{s^\lambda + 1} \quad (9)$$

式中： $s$  为复数变量； $\lambda$  为积分阶次。

假设  $\lambda \in (0, 2]$ ，当  $\lambda$  取 1 和 2 时，系统为一阶整数系统，而  $\lambda$  取在此区间内的无穷多分数时，可称为分数阶系统，故可以看出，整数阶系统只是分数阶系统中的极少一部分的个例。若取  $\lambda$  在 0~2 区间等间隔变化，则绘制出的系统开环阶跃响应输出如图 2 所示。由图 2 可知，在不同阶次的 10 条曲线中，当  $\lambda$  为 0.2 时，系统的稳定性最好，故若将整数阶系统当作特殊的分数阶系统来看待，引入分数阶 PID 对其参数进行整定，便能对系统动态性能进行更加准确的设计。

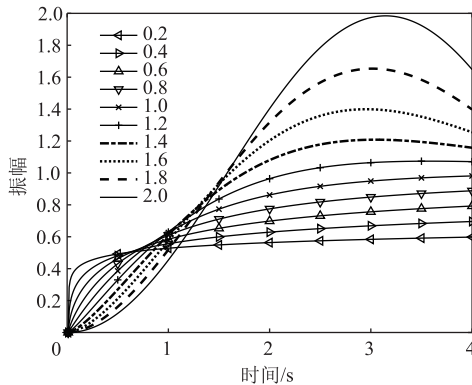


图 2 不同阶次下的系统响应曲线

Fig. 2 System response curves under different orders

### 2.2 分数阶 PID 控制器

分数阶 PID 控制器 (FOPID) 是在整数阶 PID 控制器  $k_p$ 、 $k_i$ 、 $k_d$  这 3 个参数的基础上，引入了积分阶次项  $\lambda$  和微分阶次项  $\mu$  对系统进行控制<sup>[18]</sup>。如图 2 所示，FOPID 增大了控制范围，对高精度的复杂系统具有良好的控制效果。

图 3 为 FOPID 平面，其中 PD 为比例微分控制器，P 为比例控制器，PI 为比例积分控制器，PID 为比例积分微分控制器，整数阶 PID 在平面中相当于一个点，而分数阶 PID 为一个面，其通过对偏差进行比例运算、积分运算、微分运算，再加入  $\lambda$  和  $\mu$  的组合来进行控制，其数学形式如式 (10) 所示：

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu \quad (10)$$

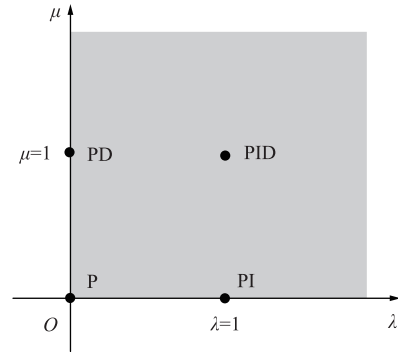


图 3 FOPID 平面

Fig. 3 FOPID plane

由式 (10) 可知，由于多了两个控制参数，使得分数阶 PID 不能再使用普通 PID 的整定设计方法进行控制，故需要根据 FOPID 的特点及控制模型采用新的方式，其控制模型结构如图 4 所示。

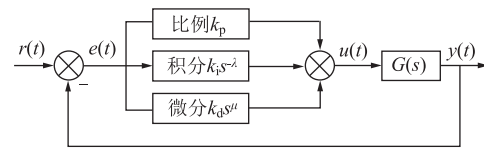


图 4 分数阶 PID 控制模型结构

Fig. 4 Structure of fractional-order PID control model

图 4 中， $r(t)$  为整个系统输入， $e(t)$  为反馈误差， $u(t)$  为控制系统输出及被控对象输入， $y(t)$  为系统输出， $G(s)$  为被控对象。

分数阶微积分中最早提出的 G-L 和 R-L 的定义虽可以精确地计算给定输入信号的分数阶微积分值解，但无法直接应用于实际工程问题中。由此，提出了 Oustaloup 近似方法<sup>[19]</sup>用来逼近整数阶微积分分解。假设在 Bode 图中系统近似频段范围为  $[\omega_b, \omega_h]$ ，则可由式 (11)~式 (13) 以分数阶微积分形式近似为整数阶形式。

$$G_f(s) = K \prod_{k=1}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (11)$$

$$\omega'_k = \omega_b \omega_\mu^{(2k-1-\gamma)/N} \quad (12)$$

$$\omega_k = \omega_b \omega_\mu^{(2k-1+\gamma)/N} \quad (13)$$

$$K_1 = \omega_h^\gamma \quad (14)$$

$$\omega_\mu = \sqrt{\omega_h / \omega_b} \quad (15)$$

式中： $\gamma$  为分数阶阶次； $\omega'_k$  和  $\omega_k$  分别为转折点的零点和极点； $\omega_b$  和  $\omega_h$  分别为近似拟合频率的上限和下限； $K_1$  为增益； $K$  为采样点， $K=1, 2, \dots, N$ ， $N$  为采样点总数； $\omega_\mu$  为近似拟合频率下限除以上限的根号项。



由式 (11) ~ 式 (15) 可知, 若求出转折点的零极点, 则可求得增益, 由这些信息可设计出 Oustaloup 滤波器, 当信号  $f_1$  输入滤波器时, 输出为原始信号的  $\gamma$  阶微积分, 故使用 Oustaloup 滤波器可实现分数阶 PID 控制。

### 3 分数阶 PID 控制器系统与设计实现

#### 3.1 分数阶 PID 控制系统

分数阶 PID 控制器的设计是通过对给定信号与实际输出值的误差进行比例、积分、微分组合形式控制。利用加入淘汰机制的麻雀搜索算法 (TESSA) 对 FOPID 中的 5 个参数 ( $k_p, k_i, k_d, \lambda, \mu$ ) 进行迭代寻优, 使误差及各项时域性能指标达到理想效果。其系统控制框图 5 所示。

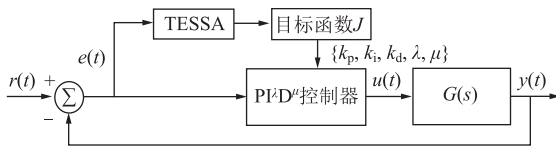


图 5 TESSA-FOPID 控制模型方框图

Fig. 5 Block diagram of TESSA-FOPID control model

#### 3.2 目标函数设计

目标函数作为整个参数寻优过程中最重要的一环, 其选择直接决定了 FOPID 的控制性能指标。ITAE 指标为 PID 参数整定领域的常用评价函数, 是误差绝对值乘以时间项的积分, 既能体现出误差的大小, 又能体现误差的收敛速度, 兼顾了控制精度和收敛速度, 同时为了防止输出量过大, 加入了控制输出项。目标函数  $J$  的表达式如下:

$$J = \int_0^T [\lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t)] dt \quad (16)$$

式中:  $\lambda_1$  为误差权重, 一般取 0.999;  $t$  为采样时间项;  $T$  为最大采样时间;  $\lambda_2$  为输出权重, 一般取 0.001;  $u^2(t)$  为控制器输出平方项。

式 (16) 虽能较为理想地满足控制需求, 但针对上升时间, 超调量等时域指标在不同时间的不同需求, 提出了一种分段式 ITAE 性能指标。

首先, 定义如下变量:

$$\begin{cases} k_e(t) = e(t) - e(t-1) \\ k_e(t-1) = e(t-1) - e(t-2) \\ k_{ec}(t) = \frac{k_e(t-1)}{k_e(t)} \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $k_e(t)$ 、 $k_e(t-1)$  分别为  $t$  时刻与  $(t-1)$  时刻、 $(t-1)$  时刻与  $(t-2)$  时刻反馈误差之差;

$k_{ec}(t)$  为反馈误差的变化速率;  $e(t-1)$ 、 $e(t-2)$  分别为  $(t-1)$ 、 $(t-2)$  时刻的反馈误差。

因在  $e(t)$  中  $t = [1, 2, \dots, T]$ , 为避免上式出现无意义的情况, 定义  $e(0) = 0$ ,  $e(-1) = 0$ , 即  $k_{ec}(1) = 0$ , 故可将  $k_{ec}(t)$  推广至  $[1, 2, \dots, T]$  范围内。当  $k_e(t) < k_e(t-1)$ , 即  $k_{ec}(t) > 1$  时, 证明在  $t$  时刻, 相较于上一时间点, 误差的变化在减小, 系统响应曲线上速率下降。基于此定义, 给出如下目标函数  $J_1$ :

$$J_1 = \int_0^{T_1} (k_{ec}(t) \cdot t + \lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t)) dt \quad (18)$$

式中:  $T_1$  为响应速率下降时的最大采样时间。

由式 (18) 可知,  $0 \sim T_1$  时刻, 当响应速率下降时, 为减少上升时间, 引入时间惩罚系数  $k_{ec}$ , 由  $k_{ec}$  定义可知, 响应曲线上速率下降越快,  $k_{ec}$  值就会越大, 因此,  $J_1$  可根据不同系统, 自适应调整时间惩罚系数。

当  $t$  在  $0 \sim T_1$  区间内且  $k_{ec}(t) \leq 1$  或者  $t > T_1$  时, 采用常规 ITAE 为  $J_2$  目标函数, 同时, 为防止超调, 当  $e(t) < 0$  时, 引入超调惩罚系数  $\lambda_3$ , 一般取  $\lambda_3$  为 100, 目标函数  $J_3$  为:

$$J_3 = \int_0^T (\lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t) + \lambda_3 |e(t)|) dt \quad (19)$$

则分段情况可由式 (20) 总结:

$$J = \begin{cases} \int_0^{T_1} (k_{ec}(t) \cdot t + \lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t)) dt, & 0 \sim T_1 \text{ 区间内且 } k_{ec} > 1 \\ \int_0^{T_1} (\lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t)) dt, & 0 \sim T_1 \text{ 区间内且 } k_{ec} \leq 1 \\ \int_{T_1}^T (\lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t)) dt, & T_1 \sim T \text{ 区间内且 } e(t) \geq 0 \\ \int_0^T (\lambda_1 t |e(t)| + \lambda_2 u^2(t) + \lambda_3 |e(t)|) dt, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (20)$$

#### 3.3 FOPID 控制器算法迭代步骤

(1) 设定算法各个初始参数, 麻雀种群数量  $P$ 、初始淘汰比例  $El$ 、下降速率  $\omega$ 、最大迭代次数  $T_{\max}$  和 FOPID 5 个参数的上、下界, 目标函数分段点  $T_1$ , 分段 Tent 混沌映射分段数  $2^N$  等参数。

(2) 通过分段 Tent 混沌映射产生初始种群位置, 计算适应度值并排序, 记录最优与最差个体信息。

(3) 由 TESSA 位置更新公式更新个体位置。

(4) 计算更新过后的个体适应度值, 并选取排在

末位的  $M$  个个体执行淘汰公式，产生新个体位置。

(5) 判断是否越界，并重新计算个体位置后排序，将得到的新参数输入 FOPID 中，并通过目标函数  $J$  计算适应度值，记录最优和最差个体信息。

(6) 判断适应度值是否满足精度要求或达到最大迭代次数  $T_{\max}$ ，若满足，则输出寻优参数，反之，则继续进行从第 (3) 步开始执行迭代更新。

(7) 将最终参数输入到 FOPID 控制器中，并绘制系统响应曲线。

4 仿真实验分析

4.1 算法自对比分析

由于在实际工程中液压活套系统为一高阶复杂模型，为验证本文改进麻雀搜索算法设计的传统 PID 控制器及分数阶 PID 控制器相较于基本麻雀算法的优势，故首先在一简单线性系统上进行分析，其传递函数  $G_1(s)$  如式 (21) 所示<sup>[20]</sup>。

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} \tag{21}$$

其开环阶跃响应曲线如图 6 所示。

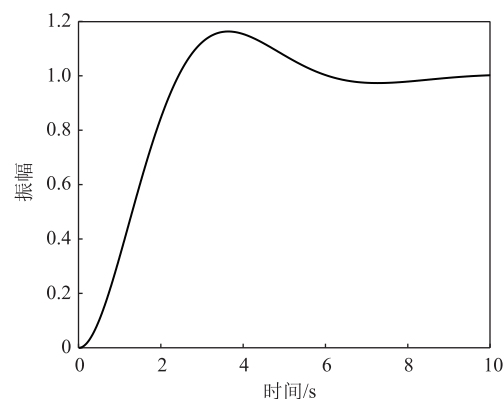


图 6  $G_1(s)$  系统开环响应曲线

Fig. 6 Open-loop response curve of  $G_1(s)$  system

算法各个参数的选择如表 1 所示。

表 1 算法参数选择			
Table 1 Selection of algorithm parameters			
参数	数值	参数	数值
发现者比例 $RD$	0.2	$k_p$ 、 $k_i$ 和 $k_d$	$[0, 200]$
警觉者比例 $SD$	0.1	$\lambda$ 、 $\mu$	$[0, 2]$
安全阈值 $R_2$	0.8	目标函数分段点 $T_1$	50
下降速率 $\omega$	1.5	误差权重 $\lambda_1$	0.999
初始淘汰比例 $Eli$	0.4	输出权重 $\lambda_2$	0.001
Tent 映射分段数 $2^N$	16	权重 $\lambda_3$	100

基本麻雀搜索算法设计出的整数阶 PID 控制器 (SSA-PID) 的传递函数  $G_{11}(s)$  为：

$$G_{11}(s) = 69.7231 + \frac{5.1711}{s} + 12.2797s \tag{22}$$

本文改进麻雀搜索算法设计出的整数阶 PID 控制器 (TESSA-PID) 的传递函数  $G_{12}(s)$  为：

$$G_{12}(s) = 98.7230 + \frac{6.7956}{s} + 14.4542s \tag{23}$$

基本麻雀搜索算法设计出的分数阶 PID 控制器 (SSA-FOPID) 的传递函数  $G_{13}(s)$  为：

$$G_{13}(s) = 82.0008 + \frac{94.1744}{s^{0.9407}} + 90.6938s^{1.0345} \tag{24}$$

本文改进麻雀搜索算法设计出的分数阶 PID 控制器 (TESSA-FOPID) 的传递函数  $G_{14}(s)$  为：

$$G_{14}(s) = 80.0109 + \frac{86.5069}{s^{1.2458}} + 93.7324s^{0.7778} \tag{25}$$

系统  $G_1(s)$  在 4 种控制器下的响应曲线如图 7 所示。

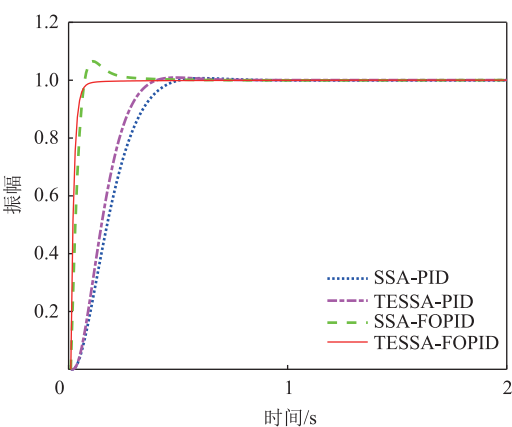


图 7  $G_1(s)$  在 4 种控制器下的阶跃响应曲线

Fig. 7 Step response curves of  $G_1(s)$  under four kinds of controllers

系统  $G_1(s)$  在 4 种控制器下的性能指标如表 2 所示。

表 2 $G_1(s)$ 在 4 种控制器下的性能指标				
Table 2 Performance indexes of $G_1(s)$ under four kinds of controllers				
控制器	上升时间	超调量	调节时间	稳态误差
	$t_r/s$	$\delta/\%$	$t_s/s$	$ess/\%$
$G_{11}$	0.3540	0.69	0.424	0.05
$G_{12}$	0.2845	0.93	0.340	0.05
$G_{13}$	0.0720	6.58	0.196	0.06
$G_{14}$	0.0663	0.03	0.06	0.03

由图 7 与表 2 可知, 分数阶控制器相较于整数阶控制器在系统响应上具有更快的上升时间与调节时间。但基本麻雀搜索算法由于初始化随机, 后期种群缺乏多样性, 全局搜索能力下降, 收敛机制易陷入局部最优等问题, 当寻优参数增多为 5 个时, 由 SSA 整定的分数阶系统会产生大约 6.58% 的超调量, 而本文改进后的 TESSA 超调量仅为 0.03%, 且相较于传统 SSA 上升时间减少 8%, 调节时间减少 0.136 s, 稳态精度提高 50%。

#### 4.2 整数阶系统分析

为了进一步验证改进算法的有效性, 参考文献 [11], 选取一个整数阶二阶系统  $G_2(s)$ , 表达式为:

$$G_2(s) = \frac{1}{4.32s^2 + 19.1801s + 1} \quad (26)$$

系统开环阶跃响应曲线如图 8 所示。

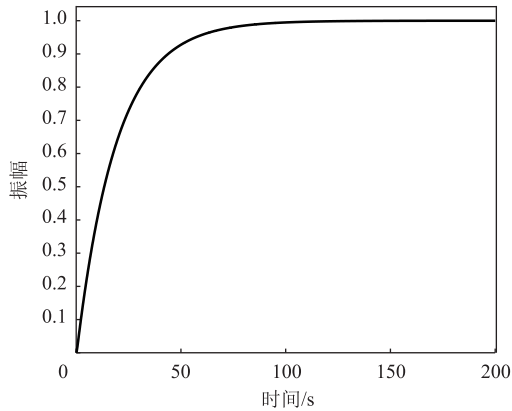


图 8  $G_2(s)$  系统开环响应曲线

Fig. 8 Open-loop response curve of  $G_2(s)$  system

由文献 [11] 设计出的自适应差分进化算法整数阶 PID 控制器 (DE-PID) 为  $G_{21}(s)$ , 分数阶 PID 控制器 (DE-FOPID) 为  $G_{22}(s)$ , 传递函数为:

$$G_{21}(s) = 175.9591 + \frac{3.8301}{s} + 25.9113s \quad (27)$$

$$G_{22}(s) = 201.6255 - \frac{63.9625}{s^{0.0498}} + 26.9022s^{0.06988} \quad (28)$$

由文献 [12] 设计出的改进人工蜂群法分数阶 PID 控制器 (ABC-FOPID) 的传递函数如下:

$$G_{23}(s) = 179.8920 + \frac{12.4811}{s^{0.5822}} + 50.3s^{0.7501} \quad (29)$$

本文改进的麻雀搜索算法与 ITAE 的分数阶 PID 控制器 (TESSA-FOPID) 的传递函数如下:

$$G_{24}(s) = 190.0592 + \frac{87.0513}{s^{0.3428}} + 84.449s^{0.7915} \quad (30)$$

由 4 种方法整定的控制器参数作用到  $G_2(s)$  系统上的阶跃响应曲线如图 9 所示。

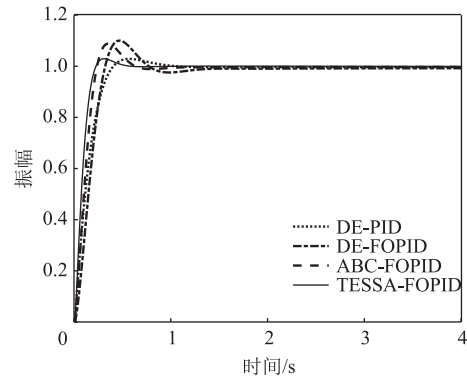


图 9  $G_2(s)$  在 4 种控制器下的阶跃响应曲线

Fig. 9 Step response curves of  $G_2(s)$  under four kinds of controllers

由图 9 可看出, 本文提出的 TESSA-FOPID 控制器较其他 3 种控制器在整数阶系统上具有良好的动态响应。 $G_2(s)$  在各控制器下的性能指标由表 3 所示。

表 3  $G_2(s)$  在 4 种控制器下的性能指标

Table 3 Performance indexes of  $G_2(s)$  under four kinds of controllers

控制器	上升时间 $t_r/s$	超调量 $\delta/\%$	调节时间 $t_s/s$	稳态误差 $ess/\%$
$G_{11}$	0.3730	3.30%	0.977	0.35
$G_{12}$	0.3270	8.50%	1.471	1.16
$G_{13}$	0.2989	5.73%	0.948	0.70
$G_{14}$	0.1700	3.20%	0.397	0.06

从表 3 中可得, 对于本文改进后的分数阶 PID 控制器, 上升时间  $t_r$  为 0.17 s, 超调量  $\delta$  为 3.2%, 调节时间  $t_s$  为 0.397 s, 稳态误差  $ess$  为 0.06%, 相较于其他 3 种控制器, 具有良好的控制效果, 证明了 TESSA-FOPID 在整数阶系统上的有效性。

#### 4.3 分数阶系统分析

为验证在分数阶系统上, 本文所改进算法的有效性, 同样选取文献 [11] 中分数阶系统进行仿真分析, 表达式如下:

$$G_3(s) = \frac{1}{0.8s^{2.2} + 0.5s^{0.9} + 1} \quad (31)$$

系统开环阶跃响应曲线如图 10 所示。

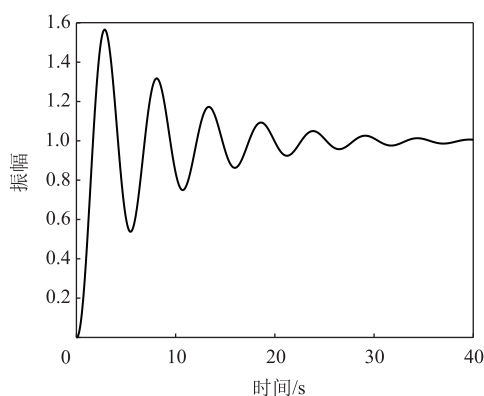


图 10  $G_3(s)$  系统开环响应曲线

Fig. 10 Open-loop response curve of  $G_3(s)$  system

文献 [10] 中薛定宇采用幅值和相角裕度设计的分数阶 PID 控制器 (XUE-FOPID) 的传递函数  $G_{31}(s)$  如下:

$$G_{31}(s) = 138.1817 + \frac{2.8914}{s^{0.2}} + 12.3820s^{1.1} \quad (32)$$

黄丽莲等<sup>[11]</sup>用改进差分进化算法在分数阶系统上设计的 FOPID 控制器 (DE-FOPID) 传递函数  $G_{32}(s)$  如下所示:

$$G_{32}(s) = 24.1934 + \frac{33.3090}{s^{0.2392}} + 20.2157s^{0.8228} \quad (33)$$

陈超波等<sup>[12]</sup>采用人工蜂群法改进的 FOPID 控制器 (ABC-FOPID) 的传递函数  $G_{33}(s)$  如下:

$$G_{33}(s) = 42.015 + \frac{47.468}{s^{0.9109}} + 27.991s^{0.99} \quad (34)$$

在表 1 同样的参数设置下, 本文改进的分数阶 PID 控制器 (TESSA-FOPID) 的传递函数  $G_{34}(s)$  如下所示:

$$G_{34}(s) = 82.8092 + \frac{71.6023}{s^{1.4215}} + 80.6652s^{1.0868} \quad (35)$$

对分数阶系统进行仿真分析, 可得 4 种控制器作用与  $G_3(s)$  系统上的阶跃响应, 如图 11 所示。

具体各项性能指标如表 4 所示。

由图 11 与表 4 可得, 在分数阶系统上, 对于本文的 TESSA-FOPID, 上升时间  $t_r$  约为 0.06 s, 超调量  $\delta$  约为 2.96%, 调节时间  $t_s$  约为 0.16 s, 稳态误差  $ess$  为 0.10%, 相较于其他 3 种控制器, 也展示出了良好的控制效果, 且系统响应曲线更加平稳, 消除了震荡。

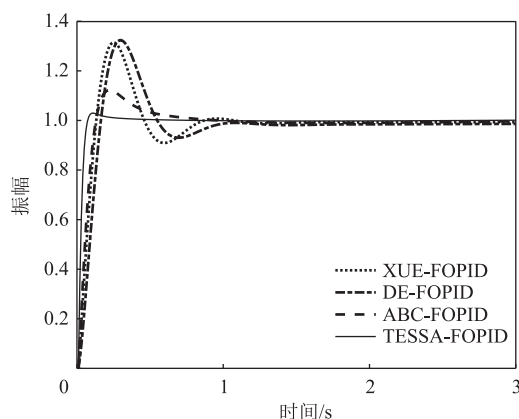


图 11  $G_3(s)$  在 4 种控制器下的阶跃响应曲线

Fig. 11 Step response curves of  $G_3(s)$  under four kinds of controllers

表 4  $G_3(s)$  在 4 种控制器下的性能指标

Table 4 Performance indexes of  $G_3(s)$  under four kinds of controllers

控制器	上升时间 $t_r/s$	超调量 $\delta/\%$	调节时间 $t_s/s$	稳态误差 $ess/\%$
$G_{11}$	0.1219	31.40%	0.797	0.72
$G_{12}$	0.1560	32.39%	0.943	1.38
$G_{13}$	0.1121	12.24%	0.670	0.34
$G_{14}$	0.0604	2.957%	0.161	0.10

## 5 活套高度控制仿真

### 5.1 活套高度仿真模型

在实际生产中, 活套会形成 4 种套形, 第 1 种是由于起套时角度设定过高, 易导致产生甩尾现象。第 2 种是由于角度设定过小, 轧件对起套辊压力较大, 易产生磨损。第 3 种是高度设定恰当, 但若起套辊收套不及时, 也容易导致甩尾。第 4 种是在保证活套辊正常工作情况下, 活套高度设定值略小, 此时对带钢控制较好, 且不易产生甩尾现象。

本文对第 4 种套形进行分析, 并以七机架精轧机组中  $F_3$  与  $F_4$  机架间的活套系统为背景, 建立活套高度数学模型, 其工作时机架间各物理量如图 12 所示, 其中,  $A$  为液压缸支撑点位;  $B$  为动力臂转轴中心;  $C$  为液压臂支撑点位;  $D$  为活套辊支撑点;  $E$  为液压臂支撑点竖直方向与轧件的交点;  $R$  为液压臂支撑点到活套辊中心的距离;  $r$  为液压臂支撑点到动力臂转轴中心点的距离;  $h_d$  为液压臂支撑点



到水平轧制线的距离;  $L$  为两机架间的距离;  $l_d$  为上游机架到液压缸支撑点的水平距离;  $\theta$  为活套抬起角度;  $\varphi$  为活套系统的动力臂与工作臂定夹角;  $BC$  为动力臂长度;  $DC$  为工作臂长度;  $\xi$  为液压缸与竖直方向的夹角;  $\delta$  为动力臂切线方向与液压力的夹角;  $\beta_3$  和  $\beta_4$  分别为  $F_3$  和  $F_4$  机架后滑量;  $f_3$  和  $f_4$  分别为  $F_3$  和  $F_4$  机架前滑量;  $\tau_{b3}$  和  $\tau_{b4}$  分别为  $F_3$  和  $F_4$  机架后张应力;  $\tau_{f3}$  和  $\tau_{f4}$  分别为  $F_3$  和  $F_4$  机架前张应力。

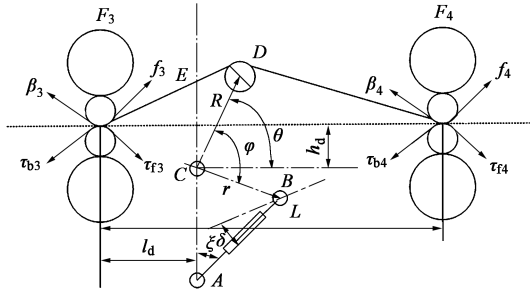


图 12 液压活套系统参数示意图

Fig. 12 Schematic diagram of hydraulic looper system parameters

若将活套电机近似为:

$$G_{sv} = \frac{1}{1 + T_i s} \quad (36)$$

式中:  $T_i$  为活套电机电流环时间常数。

可根据液压活套系统在工作点附近的线性化模型, 将活套高度控制系统简化为一阶惯性环节和积分环节相串联<sup>[21]</sup>。

取某热连轧厂精轧机组间活套高度控制系统的实际参数, 可推导出被控对象传递函数为<sup>[22]</sup>:

$$G(s) = \frac{0.5}{0.048s \times (0.05s + 1)} \quad (37)$$

## 5.2 仿真结果

将本文基于改进麻雀搜索算法的分数阶 PID 控制器与经典 PID 控制器在活套高度控制上进行仿真实验。活套高度值设定为  $1^\circ$ , 本文所使用的算法参数如表 1 所示, 经典 PID 控制器的参数值经不断调试, 设置为  $k_p=0.4$ 、 $k_i=0.01$ 、 $k_d=1.0$ , 其仿真对比结果如图 13 所示。

TESSA 寻优出的 FOPID 参数为:  $k_p=0.65$ ,  $k_i=0.43$ ,  $k_d=0.57$ ,  $\lambda=0.11$ ,  $\mu=0.1$ 。由图 13 可知, 经 TESSA-FOPID 对活套高度进行控制后, 相较于传统 PID 控制器, 上升时间下降了大约 30%, 超调量减小大约 2%, 调整时间缩短大约 19%, 取得了较

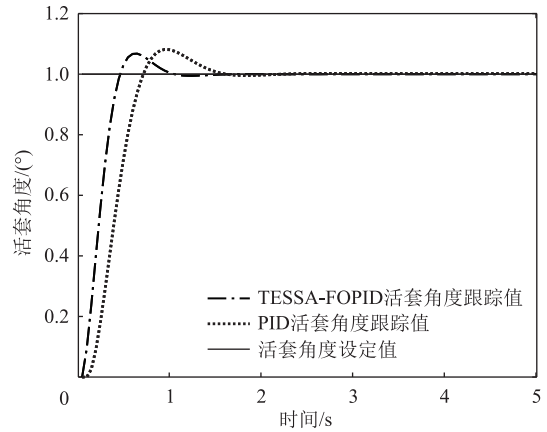


图 13 液压活套角度控制

Fig. 13 Hydraulic looper height control

为满意的控制效果。

## 6 结语

针对普通 PID 控制器在控制系统上的局限性以及分数阶 PID 控制器参数整定困难等问题, 本文提出了一种基于加入淘汰机制的麻雀搜索算法和分段 ITAE 的分数阶 PID 参数自适应整定方法。通过在初始化种群位置时, 引入  $2^N$  分段 Tent 混沌映射, 增加种群全局搜索能力, 在后期加入淘汰机制, 加快算法收敛速度, 并改进跟随者位置更新公式, 改善算法易陷入局部最优解的问题, 随后将改进后的 SSA 应用到分数阶 PID 参数整定领域, 并改进传统的 ITAE 目标函数为一种分段的自适应函数, 加快了系统响应速度, 更好地符合系统在不同时间段的不同性能指标要求。通过对整数阶系统、分数阶系统、自对比实验以及热连轧过程中活套高度控制进行仿真后, 根据所得到的响应曲线及各项性能指标, 可以在一定程度上证明本文所改进的方法在活套高度控制方面的优势。

## 参考文献:

- [1] 杨平, 陈志军. 针对热轧带钢头部拉窄的活套控制系统改进 [J]. 中国冶金, 2018, 28 (12): 36-40.  
Yang P, Chen Z J. Improvement of looper control system for hot rolled strip head narrowing [J]. China Metallurgy, 2018, 28 (12): 36-40.
- [2] 王雨刚. 梅钢 1780 热轧活套控制改进 [J]. 冶金自动化, 2019, 43 (4): 61-65.  
Wang Y G. Improvement of looper control in 1780 hot strip mill of Baosteel Meishan [J]. Metallurgical Industry Automation, 2019, 43 (4): 61-65.

- [3] 王娜, 王海深. 迁钢 1580 热轧活套起套控制优化和应用研究 [J]. 自动化与仪器仪表, 2019, (4): 201-203.  
Wang N, Wang H S. Control optimization and application research of hot rolled live bushing in qianggang 1580 [J]. Automation & Instrumentation, 2019, (4): 201-203.
- [4] 费佳, 李少远. ILQ 理论在宝钢 1580 热轧活套控制中的应用 [A]. 中国自动化学会过程控制专业委员会. 第 25 届中国过程控制会议论文集 [C]. 大连, 2014.  
Fei J, Li S Y. Application of ILQ theory to looper control in BAOSTEEL 1580 hot rolling mill [A]. Process Control Committee of Chinese Society of Automation. Proceedings of the 25th China Process Control Conference [C]. Dalian, 2014.
- [5] 李伯群, 张克君, 傅剑, 等. 活套高度和张力系统的神经网络自适应解耦控制 [J]. 控制与决策, 2006, (1): 46-50.  
Li B Q, Zhang K J, Fu J, et al. Adaptive neural network decoupling control for the Loopers' height and tension system [J]. Control and Decision, 2006, 21 (1): 46-50.
- [6] 童朝南, 武延坤, 刘磊明, 等. 液压活套多变量系统的建模及积分变结构控制 [J]. 自动化学报, 2008, 34 (10): 1305-1311.  
Tong C N, Wu Y K, Liu L M, et al. Modeling and integral variable structure control of hydraulic looper multivariable system [J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34 (10): 1305-1311.
- [7] 陈炎敏. 宝钢 2050 热轧活套控制模型研究及改进 [D]. 上海: 上海交通大学, 2011.  
Chen Y M. The Research and Improvement of Baosteel 2050 Hot Strip Mill Looper Control Model [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2011.
- [8] 林刚, 许劼. 武钢三热轧 1580 mm 热连轧机活套控制系统研究及应用 [J]. 冶金自动化, 2009, 33 (4): 30-34.  
Lin G, Xu J. Research and application on looper control system of 1580 mm hot strip mill in the 3rd hot rolling plant of WISCO [J]. Metallurgical Industry Automation, 2009, 33 (4): 30-34.
- [9] Podlubny I. Fractional Differential Equations [M]. San Diego: Academic Press, 1999.
- [10] 薛定宇, 赵春娜. 分数阶系统的分数阶 PID 控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 2007, (5): 771-776.  
Xue D Y, Zhao C N. Fractional order PID controller design for fractional order system [J]. Control Theory & Applications, 2007, 24 (5): 771-776.
- [11] 黄丽莲, 周晓亮, 项建弘. 分数阶 PID 控制器参数的自适应设计 [J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35 (5): 1064-1069.  
Huang L L, Zhou X L, Xiang J H. Self-adjusting design on parameters of the fractional order PID controller [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35 (5): 1064-1069.
- [12] 陈超波, 胡海涛, 高嵩. 人工蜂群的分数阶 PID 控制器参数自适应研究 [J]. 控制工程, 2020, 27 (6): 956-961.  
Chen C B, Hu H T, Gao S. Parameters adaptive design of fractional order PID controller based on artificial bee colony algorithm [J]. Control Engineering of China, 2020, 27 (6): 956-961.
- [13] 朱敏, 臧昭宇, 赵聪聪. 基于粒子群优化分数阶 PID 的阀门开度控制 [J]. 制造业自动化, 2022, 44 (10): 104-108.  
Zhu M, Zang Z Y, Zhao C C. Valve opening control based on particle swarm optimization fractional-order PID [J]. Manufacturing Automation, 2022, 44 (10): 104-108.
- [14] Xue J K, Shen B. A novel swarm intelligence optimization approach: Sparrow search algorithm [J]. Systems Science & Control Engineering, 2020, 8 (1): 22-34.
- [15] 段玉先, 刘昌云. 基于 Sobol 序列和纵横交叉策略的麻雀搜索算法 [J]. 计算机应用, 2022, 42 (1): 36-43.  
Duan Y X, Liu C Y. Sparrow search algorithm based on Sobol sequence and crisscross strategy [J]. Journal of Computer Applications, 2022, 42 (1): 36-43.
- [16] 李爱莲, 全凌翔, 崔桂梅, 等. 融合正余弦和柯西变异的麻雀搜索算法 [J]. 计算机工程与应用, 2022, 58 (3): 91-99.  
Li A L, Quan L X, Cui G M, et al. Sparrow search algorithm combining Sine-Cosine and cauchy mutation [J]. Computer Engineering and Applications, 2022, 58 (3): 91-99.
- [17] 吕鑫, 慕晓冬, 张钧, 等. 混沌麻雀搜索优化算法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47 (8): 1712-1720.  
Lyu X, Mu X D, Zhang J, et al. Chaos sparrow search optimization algorithm [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47 (8): 1712-1720.
- [18] Xue D Y, Chen Y Q. A comparative introduction of four fractional order controllers [A]. IEEE. Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation [C]. Shanghai, 2002.
- [19] Oustaloup A, Levron F, Mathieu B, et al. Frequency-band complex noninteger differentiator: Characterization and synthesis [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I Regular Papers, 2000, 47 (1): 25-39.
- [20] 李大字, 刘展, 靳其兵, 等. 分数阶控制器参数整定策略研究 [J]. 系统仿真学报, 2007, (19): 4402-4406.  
Li D Z, Liu Z, Jin Q B, et al. Study on optimization of fractional-order controller PID parameters [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19 (19): 4402-4406.
- [21] Fukushima K, Tsuji Y, Ueno S, et al. Looper optimal multivariable control for hot strip finishing mill [J]. Transon ISIJ, 1988, 28 (2): 463-469.
- [22] 李旭, 张殿华, 何立平, 等. 基于模糊自适应整定 PID 的活套高度控制系统 [J]. 控制与决策, 2006, (1): 97-99.  
Li X, Zhang D H, He L P, et al. Looper's height control system based on fuzzy self-adaptive PID control [J]. Control and Decision, 2006, (1): 97-99.