

理论与实验研究

一种基于 DF 系列改进的金属薄板韧性断裂准则

王丽红^{1,2}, 吕 林¹

(1. 郑州铁路职业技术学院 机车车辆学院, 河南 郑州 451460;

2. 郑州铁路职业技术学院 河南省轨道交通智能安全工程技术研究中心, 河南 郑州 451460)

摘要: 为了精确地描述延性金属在不同应力状态下的断裂行为, 通过对材料塑性变形时内部微观孔洞的形核、生长和聚合机制的分析, 提出了一种改进的基于 DF 系列的韧性断裂准则, 该准则充分考虑了孔洞颈缩合并机制对材料韧性断裂行为的影响, 明确了准则中各参数的物理意义。利用此韧性断裂准则构建了 AA 2024-T351 铝合金和 AISI 1045 碳钢的等效断裂应变包络面, 并将相应应力状态下的断裂应变预测值与此前学者们的试验结果进行了对比, 验证了所提出的新准则的有效性。最后, 将预测结果与广泛使用的 DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则的预测结果进行比较, 结果表明, 相较于其他 3 种模型, 提出的新准则的平均预测误差与最大预测误差最小, 预测精度最高, 孔洞颈缩合并机制在延性金属断裂过程中发挥了重要作用, 应当充分考虑。

关键词: 韧性断裂; 应力状态; 非耦合准则; 孔洞颈缩合并; 孔洞生长; 延性金属

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2024.10.034

中图分类号: U287.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2024) 10-0256-09

An improved ductile fracture criterion for metal sheet based on DF series

Wang Lihong^{1,2}, Lyu Lin¹

(1. Locomotive and Vehicle College, Zhengzhou Railway Vocational & Technical College, Zhengzhou 451460, China;

2. Henan Engineering Research Center of Rail Transit Intelligent Security, Zhengzhou Railway Vocational & Technical College, Zhengzhou 451460, China)

Abstract: To accurately describe the fracture behavior of ductile metal under different stress states, an improved ductile fracture criterion based on the DF series was proposed by analyzing the mechanism of nucleation, growth and polymerization of internal micro-voids for materials during plastic deformation, which fully considered the influence of void necking coalescence mechanism on the ductile fracture behavior of material, and the physical meaning of each parameter was clarified. Then, the equivalent fracture strain envelope surfaces of AA 2024-T351 aluminum alloy and AISI 1045 carbon steel were constructed by the proposed ductile fracture criterion, and the predicted fracture strain values under corresponding stress states were compared with the experimental results of previous scholars to verify the effectiveness of the proposed new criterion. Finally, the predicted results are compared with those of the widely used DF2016, Hu and Mu Lei criteria. The results show that compared with the other three kinds of models, the proposed new criterion has the lowest average prediction error and the maximum prediction error, and the prediction accuracy is highest. Thus, the mechanism of void necking coalescence plays an important role in fracture process of ductile metal and should be fully considered.

Key words: ductile fracture; stress state; uncoupled criterion; void necking coalescence; void growth; ductile metal

近年来, 各种高强度低密度的韧性金属因具有良好的力学性能而得到了广泛的应用。但是, 这些材料在工程应用过程中难免会发生破坏与断裂, 如材料成形、汽车碰撞和船舶触礁等情景。因此, 准确预测材料在不同场景下的断裂行为, 对指导机械结构的设计进而推广这些韧性金属的应用具有重要意义。

在过去的几十年里, 学者们构建了大量的金属断裂准则以预测其断裂行为, 这些模型通常可分为耦合型和非耦合型两类。前者是指将材料强度和延性的损伤参数引入至本构模型中, 宏观中的响应为应力的弱化, 最终下降至 0 时材料发生断裂。其中, 考虑孔洞生长规律的 GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman) 准则是最受关注的耦合型断裂失效模型之一。该准则最初由 Gurson A L^[1] 提出, 描述了孔洞生长的多孔塑性模型, 之后 Tvergaard V 和 Needleman A^[2-3] 在此基础上完整地考虑了孔洞形核、生长与聚合的过程, 将其扩展为完整的 GTN 准

收稿日期: 2024-02-06; 修订日期: 2024-04-20

基金项目: 河南省高等学校重点科研项目 (24B580007); 郑州铁路职业技术学院科技攻关项目 (2024KY008)

作者简介: 王丽红 (1980-), 女, 硕士, 副教授

E-mail: honly_lee@sina.com

则。该模型能够很好地预测材料在高应力三轴度下的断裂行为，但在低应力三轴度和负应力三轴度下的预测精度较低。因此，部分学者引入了剪切损伤变量，考虑材料在拉伸和压缩下的力学响应差异，建立了一系列剪切修正的 GTN 模型，并成功预测了多种金属材料的损伤断裂行为^[4-5]。另一个被广泛使用的耦合型断裂失效模型为基于连续介质损伤力学的 CDM (Continuum Damage Mechanics) 准则。Lemaitre J^[6]首次定义了损伤变量和有效应力的概念，提出了一种线性损伤模型。近年来，与 CDM 模型思想方法一致的 GISSMO (Generalized Incremental Stress State Dependent Damage Model) 损伤准则^[7]被提出，并已广泛应用于材料断裂行为的表征和工程结构设计^[8]。

非耦合型断裂准则通常将应力或应变阈值作为材料失效判据。这种模型参数标定方便，数值计算成本较小，因此更适合用于工程应用。传统的非耦合型断裂准则通常基于应力判据，如基于孔洞生长规律的 R-T 准则^[9]和基于最大主应力判据的 C-L 准则^[10]等。随着时代的发展，学者们发现基于应变判据的断裂准则更适用于延性金属，因此，提出了如 B-W 准则^[11]和 X-W 准则^[12]等几种基于试验结果的经典断裂准则。近年来，关于非耦合型断裂失效模型的研究发展迅速，其中基于岩土材料的 MC (Mohr-Coulomb) 准则扩展得到的 MMC (Modified Mohr-Coulomb) 准则和考虑孔洞演化行为的相关准则 (如 DF2012 和 Hu 准则等) 具有较高的预测精度和适用性^[13-14]。此外，其他研究人员还将非耦合型准则扩展至能够预测不同条件下金属的断裂行为，例如考虑各向异性、应变率和温度的影响。

本文通过深入探讨孔洞演化规律和合并机制，在 DF 系列断裂准则的基础上，提出了一种改进的各向同性材料非耦合韧性断裂准则。采用 AA 2024-T351 铝合金和 AISI 1045 碳钢这 2 种金属材料的断

裂试验结果验证了所提出的准则的预测能力，并与目前广泛使用的 DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则进行对比，为工程应用中对材料断裂行为的预测需求提供了新的理论依据。

1 金属材料韧性断裂基本理论

1.1 基于微观孔洞演化的金属韧性断裂行为

金属材料的韧性断裂往往与其内部微观孔洞的演化有关，而孔洞的演化又受到应力状态等因素的影响，因此，对微观孔洞的演化行为进行研究表征，有益于金属材料韧性断裂的高精度表征。

大多数金属材料内部存在大量的第二相粒子，当发生塑性变形时，由于这些粒子的刚度和强度与基体不一致，易导致组织中孔洞的形核。对于相对较软的第二相粒子，当其自身受到破坏时，也会导致材料内出现空腔。通常认为孔洞的形核数量随着材料应力水平的增加而增大，近年来，也有很多研究表明应力状态等其他因素同样影响孔洞形核的行为^[15]。由于应力是影响孔洞形核数量的主要因素，Beremin F M^[16]提出了一种孔洞形核应力模型。此外，Gurson A L^[1]的研究表明，当金属材料进入塑性阶段时，对应力的敏感程度低于应变，因此，提出了一种孔洞形核应变模型。

随着材料塑性变形的进一步增加，内部孔洞也随之生长。最初的研究认为孔洞的生长与应力三轴度呈正相关，在应力三轴度较低水平时孔洞的生长受抑制，从而抑制了材料的断裂。但随着越来越多的材料被观察到在锻造试验中发生断裂，一些学者认为孔洞的形状变化同样会引起材料的宏观断裂，而该行为受到剪应力的影响。Malcher L 等^[17]给出了两种机制下孔洞生长行为的示意图，如图 1 所示。孔洞形核后，在拉应力作用下体积逐渐扩展；而在剪应力作用下孔洞被拉长，进而形成局部剪切带。

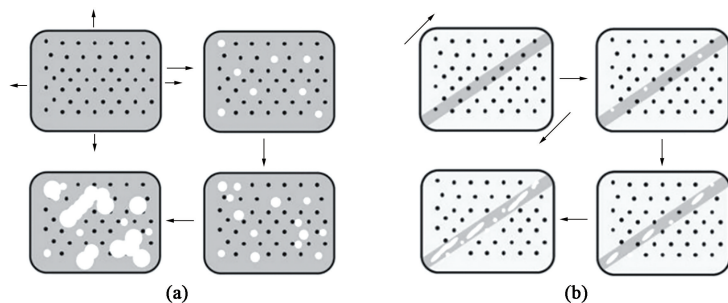


图 1 两种机制下的孔洞生长示意图

(a) 基于拉应力的孔洞生长 (b) 基于剪应力的孔洞生长

Fig. 1 Schematic diagrams of void growth under two mechanisms

(a) Void growth based on tensile stress (b) Void growth based on shear stress

当孔洞的体积和相邻两个孔洞的间距满足一定条件时,孔洞之间发生聚合,最终形成宏观的断裂面。Weck A 和 Wilkinso D S^[18]在金属板上镭射了表征材料内部孔洞的微小圆孔并开展拉伸试验,结果观察到两种孔洞聚合机制,即孔洞颈缩合并和孔洞

剪切连接,如图 2 所示。对于不同的材料,这两种机制触发的条件不同。很多学者在断裂准则的建模过程中,将这两种机制视为竞争关系,或认为在较大应力状态范围内,孔洞聚合受最大剪应力控制,从而忽略孔洞颈缩合并的影响。

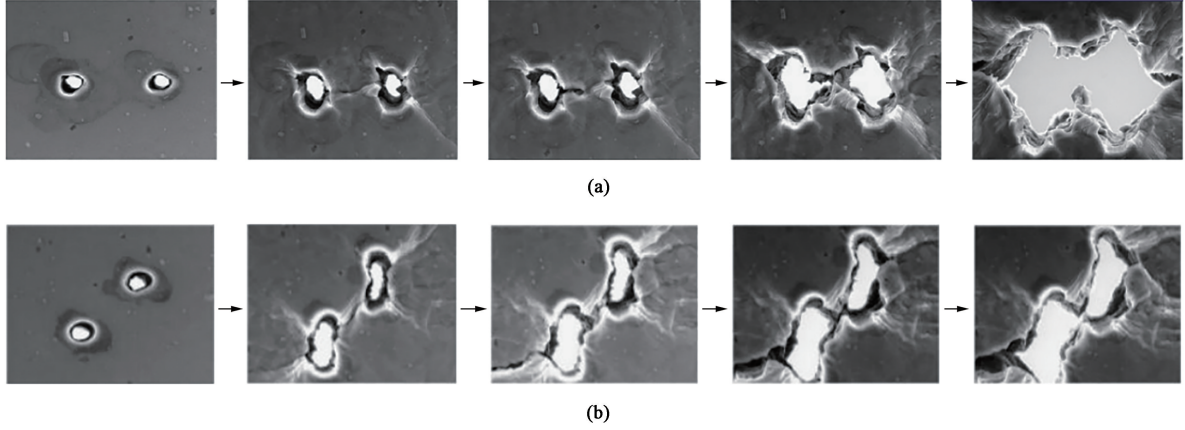


图 2 两种机制下的孔洞聚合示意图

(a) 孔洞颈缩合并 (b) 孔洞剪切连接

Fig. 2 Schematic diagrams of hole polymerization under two mechanisms

(a) Void necking coalescence (b) Void shear connection

1.2 应力状态参数

由于微观孔洞的演化与应力状态密切相关,因此,需要引入应力状态参数,以量化孔洞演化对材料断裂行为的影响。首先需要引入应力张量不变量和应力状态参数的概念。3 个应力张量不变量的定义如式 (1)、式 (2) 和式 (3) 所示。

$$I_1 = \text{tr}(\sigma_{ij}) = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2)$$

$$J_3 = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki} = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \quad (3)$$

式中: I_1 为第一主应力张量不变量; J_2 和 J_3 分别为第二和第三偏应力张量不变量; σ_1 、 σ_2 和 σ_3 为 3 个主应力; σ_m 为平均应力; σ_{ij} 和 s_{ij} (s_{jk} 和 s_{ki}) 分别为应力张量和偏应力张量; $i, j, k = 1, 2, 3$; $\text{tr}()$ 为矩阵的迹, 等于矩阵对角线元素之和。

其中, σ_m 和 s_{ij} 的表达式分别见式 (4) 和式 (5):

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_m \quad (5)$$

其中:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

应力三轴度 η 用于表征静水应力在材料所受应力水平中的占比权重, 被定义为平均应力与 Von Mises 等效应力 $\bar{\sigma}$ ($\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$) 的比值。 η 的计算公式见式 (7):

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{I_1}{3\sqrt{3}J_2} \quad (7)$$

洛德角 θ 则是用于表征偏应力在材料所受应力水平中的占比权重, 反映了最大主应力与其他两个主应力间的相对比例, 取值范围为 $[0, \pi/3]$ 。为了直观地描述洛德角对材料断裂行为的影响, 提出了几种取值范围为 $[-1, 1]$ 的归一化洛德角参数, 这些参数可以定量地定义材料所受的加载状态, 包括广义拉伸、广义压缩和广义剪切应力状态这 3 种特殊情况。洛德角 θ 和几种归一化的洛德角参数表达式见式 (8):

$$\begin{cases} \theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}\right) \\ L = \frac{3\tan\theta - \sqrt{3}}{\tan\theta + \sqrt{3}} \\ \xi = \cos(3\theta) \\ \bar{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} \end{cases} \quad (8)$$

式中： L 、 ξ 、 $\bar{\theta}$ 为不同形式的归一化洛德角参数。

以上 3 种归一化的洛德角参数是一一对应的。为了与其他学者的研究保持一致，本文采用归一化洛德角参数 L 。此时 3 个主应力可以用式 (9) 表达：

$$\begin{cases} \sigma_1 = \left[\eta + \frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}} \right] \bar{\sigma} \\ \sigma_2 = \left[\eta + \frac{2L}{3\sqrt{L^2+3}} \right] \bar{\sigma} \\ \sigma_3 = \left[\eta - \frac{(3+L)}{3\sqrt{L^2+3}} \right] \bar{\sigma} \end{cases} \quad (9)$$

2 韧性断裂准则的建立

2.1 DF 系列韧性断裂准则

Lou Y S 等^[19]首次提出了基于微观孔洞演化规律的 DF2012 韧性断裂准则，见式 (10)：

$$D_c \cdot D_g \cdot D_n = \left(\frac{2\tau_{\max}}{\sigma} \right)^{C_1} \cdot \left(\frac{\langle 1+3\eta \rangle}{2} \right)^{C_2} \cdot \bar{\varepsilon}_f = \left(\frac{2}{\sqrt{L^2+3}} \right)^{C_1} \left(\frac{\langle 1+3\eta \rangle}{2} \right)^{C_2} \bar{\varepsilon}_f = C_3 \quad (10)$$

式中： D_c 为孔洞聚合函数； D_g 为孔洞生长函数，与应力三轴度 η 相关； D_n 为孔洞形核函数，与等效断裂应变线性相关； τ_{\max} 为最大主剪应力； C_1 和 C_2 分别为孔洞生长和孔洞聚合对材料韧性断裂的贡献所占的权重； C_3 为表征材料断裂的临界值； $\bar{\varepsilon}_f$ 为等效断裂应变。

其中，定义函数 $\langle x \rangle$ 如式 (11) 所示，引入该函数是为了防止某一孔洞演化规律对材料韧性断裂的贡献出现负值，发生累积损伤减小的情况。

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中： x 为变量。

由于很多金属材料在单轴压缩试验中很难发生破坏，如 Bao Y B 等^[20]针对 2024-T351 铝合金开展的镦粗试验未观察到材料的断裂，因此，DF2012 韧性断裂准则认为当 $\eta < -1/3$ 时材料不发生断裂。此外，基于 Lou Y S 等^[19]对 DP980 双相钢和 AA7075 铝合金在几种典型应力状态下断口表面的扫描电镜分析结果，认为该准则中孔洞聚合受最大剪应力的影响。

DF2012 韧性断裂准则形式简单，参数标定方便，但在多种金属材料的预测中精度相对较低。Khan A S 等^[21]开展了 2024-T351 铝合金双轴压缩试

验并观察到了断裂现象，这说明仅仅考虑应力三轴度并以 $-1/3$ 作为截止值是不合理的。因此，Lou Y S 等^[22]构建了 DF2014 韧性断裂准则，并采用与最大主应力相关的函数描述孔洞生长，如式 (12) 和式 (13) 所示：

$$D_g = \left(\left\langle \frac{f(\eta, L, C)}{f(1/3, -1, C)} \right\rangle \right)^{C_2} \quad (12)$$

$$f(\eta, L, C) = \frac{\sigma_1}{\sigma} + C = \eta + \frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}} + C \quad (13)$$

式中： $f(\eta, L, C)$ 为临界函数，为归一化的最大主应力加上常数项 C 。

当 $f(\eta, L, C) < 0$ 时，孔洞不生长，材料的断裂受抑制。当常数 $C=0$ 时，式 (13) 表示孔洞生长的临界条件为最大主应力是否大于 0，而在实际的参数标定过程中，参数 C 往往大于 0，因此，该项被认为是应变率和温度等因素对材料断裂行为的影响参数。

对于金属结构通常存在单轴压缩、纯剪切、单轴拉伸、平面应变拉伸和双轴拉伸这 5 种临界加载条件。DF2014 韧性断裂准则参数标定灵活，准确性较高，但其缺陷在于预测结果总会出现单轴拉伸和双轴拉伸应力状态下的断裂应变完全相等的情况，这对于很多金属材料来说是不符合实际的。为了弥补这一缺陷，Lou Y S 等^[23]又构建了 DF2016 韧性断裂准则，并将式 (13) 中的临界函数修正为式 (14)：

$$f(\eta, L, C) = \eta + C_4 \frac{(3-L)}{3\sqrt{L^2+3}} + C \quad (14)$$

式中： C_4 为参数，用于表征归一化洛德角参数对材料韧性断裂的影响。

对于 DF2016 韧性断裂准则，当 $C_4=1$ 时，即为 DF2014 韧性断裂准则。DF2016 韧性断裂准则的灵活性更高，对多种材料的断裂行为的预测精度有所提升，但其微观机制与 DF2014 韧性断裂准则基本相同，仍未考虑孔洞聚合中颈缩合并机制对材料断裂的影响。此外，该准则中参数 C_4 的定义缺乏物理机制，因此，仍有待进一步研究与讨论。

同样基于金属韧性断裂的微观机制研究，一些学者建立了与 DF 系列相似的韧性断裂准则。Hu Q 等^[24]认为孔洞形核与材料的等效断裂应变呈正相关，而孔洞生长与聚合同时受到剪切机制和拉伸机制的竞争作用，因此，引入归一化的最大剪应力和应力三轴度建立了 Hu 断裂准则。穆磊^[25]认为孔洞聚合时往往伴随着灾变式断裂的发生，因此，忽略

了孔洞聚合,仅考虑了孔洞形核与等效应变的非线性关系及孔洞生长中两种机理的竞争机制,从而建立了穆磊断裂准则。两种准则的表达式分别见式(15)和式(16)。

$$\left[\left(\frac{2\tau_{\max}}{\sigma} \right)^{c_1} + \left(\eta - \frac{1}{3} \right) \right]^{c_2} \bar{\varepsilon}_f = C_3 \quad (15)$$

$$\left\langle C_1 \frac{\sigma_1}{\sigma} + (1 - C_1) \frac{\tau_{\max}}{\sigma} \right\rangle^{c_2} D_n \bar{\varepsilon}_f = C_3 \quad (16)$$

2.2 改进的 DF 系列断裂准则

传统观点认为,孔洞的生长受应力三轴度,即平均应力的影响,然而有学者认为这一假设对于孔洞生长的描述较为保守。因此,部分学者将最大主应力作为孔洞生长的驱动力,DF2012 韧性断裂准则和 DF2014 韧性断裂准则即为这两种建模方法的典型代表。本文在此基础上,重新定义了一种归一化的孔洞生长驱动力,见式(17):

$$\frac{\sigma_e}{\sigma} = \frac{\sigma_1 + C'_4(\sigma_2 + \sigma_3)}{(1 + 2C'_4)\sigma} \quad (17)$$

式中: σ_e 为孔洞生长驱动应力; C'_4 为孔洞生长驱动力修正系数,当 $C'_4=0$ 时,式(17)转化为归一化的最大主应力,当 $C'_4=1$ 时,式(17)转化为应力三轴度。

对于孔洞的颈缩合并机制对材料韧性断裂的影响,目前已有一定的研究。胡启^[26]将孔洞颈缩合并与孔洞剪切合并视为竞争关系,并简单地引入了一个指数参数描述这一关系;鞠珂^[27]认为孔洞剪切合并始终存在,且随着应力三轴度的增加,主导作用机制由最大主应力控制的颈缩合并机制逐渐转为孔洞剪切合并机制;贾哲^[28]认为当应力处于压剪到双向等轴拉伸状态之间时,孔洞均有沿着最大剪应力方向发生聚合的趋势,因此忽略了颈缩合并。

值得注意的是,Chang Z D 和 Chen J^[29]开展了增量板料成形试验并观察了内部孔洞演化规律,结果发现,虽然材料内部出现了大量的孔洞颈缩合并,但宏观层面材料未发生断裂。这是由于在厚度方向存在压缩应力,使得聚合的孔洞形状严重畸变,从而抑制了材料的断裂,如图3所示。其中, σ_t 为厚度方向的压应力, σ_θ 和 σ_ϕ 为另外2个正交方向的拉应力。

通过以上的讨论与分析,本文认为只有当材料受到的3个主应力均大于0时,孔洞颈缩合并机制

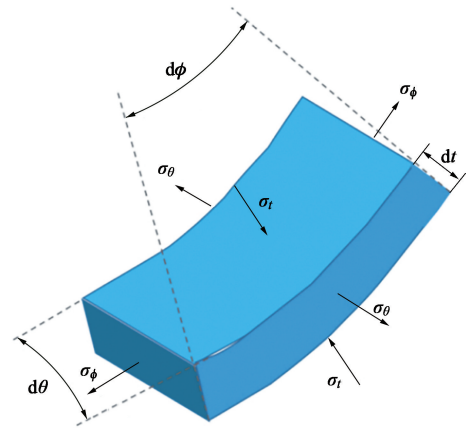


图3 增量板料成形试验受力状态示意图

Fig. 3 Schematic diagram of force state for incremental sheet forming test

才会对材料的宏观断裂行为产生影响,因此,采用最小主应力表征这一机制。综上所述,本文提出的一种改进的 DF 系列韧性断裂准则如式(18)所示。

$$\begin{cases} D_c \cdot D_g \cdot D_n = \left(\frac{2}{\sqrt{L^2 + 3}} + C_5 \left\langle \frac{\sigma_3}{\sigma} \right\rangle \right)^{c_1} \\ \left(\left\langle \frac{f(\eta, L, C)}{f(1/3, -1, C)} \right\rangle \right)^{c_2} \cdot \bar{\varepsilon}_f = C_3 \\ f(\eta, L, C) = \frac{\sigma_e}{\sigma} + C = \eta + \frac{1 - C'_4}{1 + 2C'_4} \cdot \frac{(3 - L)}{3\sqrt{L^2 + 3}} + C \\ \left\langle \frac{\sigma_3}{\sigma} \right\rangle = \left\langle \eta - \frac{(3 + L)}{3\sqrt{L^2 + 3}} \right\rangle \end{cases} \quad (18)$$

式中: C_5 为表征孔洞颈缩合并机制的材料参数。

令式(18)中 $(1 - C'_4) / (1 + 2C'_4) = C_4$, 则孔洞生长函数 D_g 的表达式与 DF2016 韧性断裂准则相同。其中参数 C_4 被赋予了明确的物理意义,即第二和第三主应力在孔洞生长过程中的贡献所占权重。

3 新韧性断裂准则的验证

3.1 应用于 AA 2024-T351 铝合金

为了验证所提出的新韧性断裂准则的有效性,本节对 AA 2024-T351 铝合金的试验结果进行分析,并对准则参数进行校准。AA 2024-T351 铝合金是截至目前为止开展最多断裂试验的金属材料之一,涵盖应力三轴度 $-0.496 \sim 0.927$ 的广泛加载条件,试验包括不同径高比的圆柱试样压缩试验、不同缺口半径 r 板材或条状试样拉伸试验、扭转相关试验和双向压缩试验等,主要由 Bai Y 和 Wierzbicki T^[13],

Khan A S 和 Liu H W^[21] 以及 Vershinin V V^[30] 等学者完成, 其中, 在双向压缩试验中观察到该材料在应力三轴度低于-1/3 时仍会出现韧性断裂。表 1 中总结了 AA 2024-T351 铝合金各断裂试验的应力状态参数和等效断裂应变^[13,30], 其中试验 1~试验 18 为平面应力状态, 试验 19~试验 29 为非平面应力状态。可以看到, 有部分数据存在异常, 如试验 13 和试验 14, 二者应力状态参数相近, 但等效断裂应变值相差较大。这可能是由于不同学者开展试验所使用的材料加工方式和微观织构具有差异, 也可能是由于等效断裂应变获取方式不同, 而真实原因有待进一步研究。

基于 Levenberg-Marquardt 最小二乘优化算法, 同时使用本文所提出的新准则、DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则, 对表 1 中所有的数据点进行拟合, 各准则拟合得到的等效断裂应变包络面见图 4。从图 4 中可以看到各模型中应力状态参数对材料断裂的影响。需要注意的是, 对于图 4 中圆圈标注区域内的断裂试验数据, 除了本文提出的新准则外, 其他模型预测结果均偏差较大。这是因为 DF2016 韧性断裂准则和穆磊准则均未考虑到当材料受三向拉伸应力状态时, 孔洞的颈缩合并机制对材料断裂的影响。而 Hu 准则虽然考虑到了不同机理的孔洞聚合, 但未将不同应力状态下不同机理的孔洞聚合权重加以区分。新准则考虑了这一机制, 使得等效断裂应变包络面在第三主应力大于 0 时有明显的下降趋势, 从而使得拟合结果与试验结果更为吻合。

为了进一步评价各断裂模型的预测精度, 采用式 (19) 计算每个试验的预测误差 $\delta(\bar{\varepsilon}_f)$, 并采用式 (20) 计算模型的整体平均预测误差 $\delta_{\text{ave}}(\bar{\varepsilon}_f)$ 。

$$\delta(\bar{\varepsilon}_f) = \left| 1 - \frac{\bar{\varepsilon}_f^{\text{pre}}}{\bar{\varepsilon}_f^{\text{exp}}} \right| \times 100\% \quad (19)$$

$$\delta_{\text{ave}}(\bar{\varepsilon}_f) = \frac{\sum \delta(\bar{\varepsilon}_f)}{N} \quad (20)$$

式中: $\bar{\varepsilon}_f^{\text{exp}}$ 为试验获得的等效断裂应变; $\bar{\varepsilon}_f^{\text{pre}}$ 为模型预测的等效断裂应变; N 为试验数量。

通过式 (20) 计算得到新准则、DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则的平均预测误差分别为 10.463%、13.756%、12.234%和 13.018%, 通过式 (19) 计算得到最大预测误差分别为 30.796%、64.012%、51.219%和 53.760%。结果表明, 无论是单一试验预测精度还是整体预测精度, 新提出的断裂模型的预测结果均更准确。

表 1 AA 2024-T351 铝合金断裂试验数据

Table 1 Fracture test data for AA 2024-T351 aluminum alloy

| 编号 | 试验描述 | η | L | $\bar{\theta}$ | $\bar{\varepsilon}_f$ |
|----|---------------------------|--------|--------|----------------|-----------------------|
| 1 | 双向压缩 | -0.496 | 0.367 | -0.398 | 0.349 |
| 2 | 径高比为 0.5 的圆柱试样压缩 | -0.278 | 0.795 | -0.822 | 0.451 |
| 3 | 含缺口的圆柱试样压缩 | -0.248 | 0.680 | -0.714 | 0.622 |
| 4 | 径高比为 0.8 的圆柱试样压缩 | -0.234 | 0.645 | -0.681 | 0.380 |
| 5 | 径高比为 1.0 的圆柱试样压缩 | -0.233 | 0.644 | -0.679 | 0.356 |
| 6 | 径高比为 1.5 的圆柱试样压缩 | -0.224 | 0.616 | -0.652 | 0.341 |
| 7 | 圆棒试样扭转 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.288 |
| 8 | 纯剪试样拉伸 | 0.012 | -0.032 | 0.036 | 0.211 |
| 9 | 拉剪试样拉伸 | 0.117 | -0.310 | 0.338 | 0.261 |
| 10 | 圆棒试样拉伸扭转组合 | 0.159 | -0.443 | 0.478 | 0.266 |
| 11 | 拉应力恒定的圆棒试样拉伸扭转组合 | 0.191 | -0.519 | 0.556 | 0.253 |
| 12 | 含孔洞的板材试样拉伸 | 0.343 | -0.959 | 0.966 | 0.310 |
| 13 | 圆管试样拉伸 | 0.356 | -0.916 | 0.929 | 0.326 |
| 14 | 厚板试样拉伸 | 0.357 | -0.903 | 0.918 | 0.480 |
| 15 | 方形杠试样拉伸 | 0.369 | -0.999 | 0.999 | 0.355 |
| 16 | 圆棒料试样拉伸 | 0.401 | -0.999 | 0.999 | 0.469 |
| 17 | 含缺口 $r=4.763$ mm 的薄板试样拉伸 | 0.432 | -0.661 | 0.696 | 0.244 |
| 18 | 含缺口 $r=1.984$ mm 的薄板试样拉伸 | 0.497 | -0.415 | 0.449 | 0.220 |
| 19 | 含缺口 $r=14.503$ mm 的条状试样拉伸 | 0.524 | -1.000 | 1.000 | 0.308 |
| 20 | 含缺口 $r=0.396$ mm 的薄板试样拉伸 | 0.565 | -0.086 | 0.094 | 0.195 |
| 21 | 带凹槽的平板试样拉伸 | 0.603 | -0.068 | 0.075 | 0.210 |
| 22 | 含缺口 $r=13.970$ mm 的厚板试样拉伸 | 0.605 | -0.121 | 0.133 | 0.195 |
| 23 | 含缺口 $r=9.144$ mm 的条状试样拉伸 | 0.607 | -1.000 | 1.000 | 0.291 |
| 24 | 含缺口 $r=12$ mm 的圆棒料试样拉伸 | 0.626 | -0.999 | 0.999 | 0.283 |
| 25 | 含缺口 $r=6.096$ mm 的条状试样拉伸 | 0.677 | -1.000 | 1.000 | 0.273 |
| 26 | 含缺口 $r=4.763$ mm 的厚板试样拉伸 | 0.730 | -0.063 | 0.069 | 0.202 |
| 27 | 含缺口 $r=4.763$ mm 的条状试样拉伸 | 0.763 | -1.000 | 1.000 | 0.245 |
| 28 | 含缺口 $r=3.048$ mm 的条状试样拉伸 | 0.856 | -1.000 | 1.000 | 0.202 |
| 29 | 含缺口 $r=4$ mm 的圆棒料试样拉伸 | 0.927 | -0.998 | 0.998 | 0.167 |

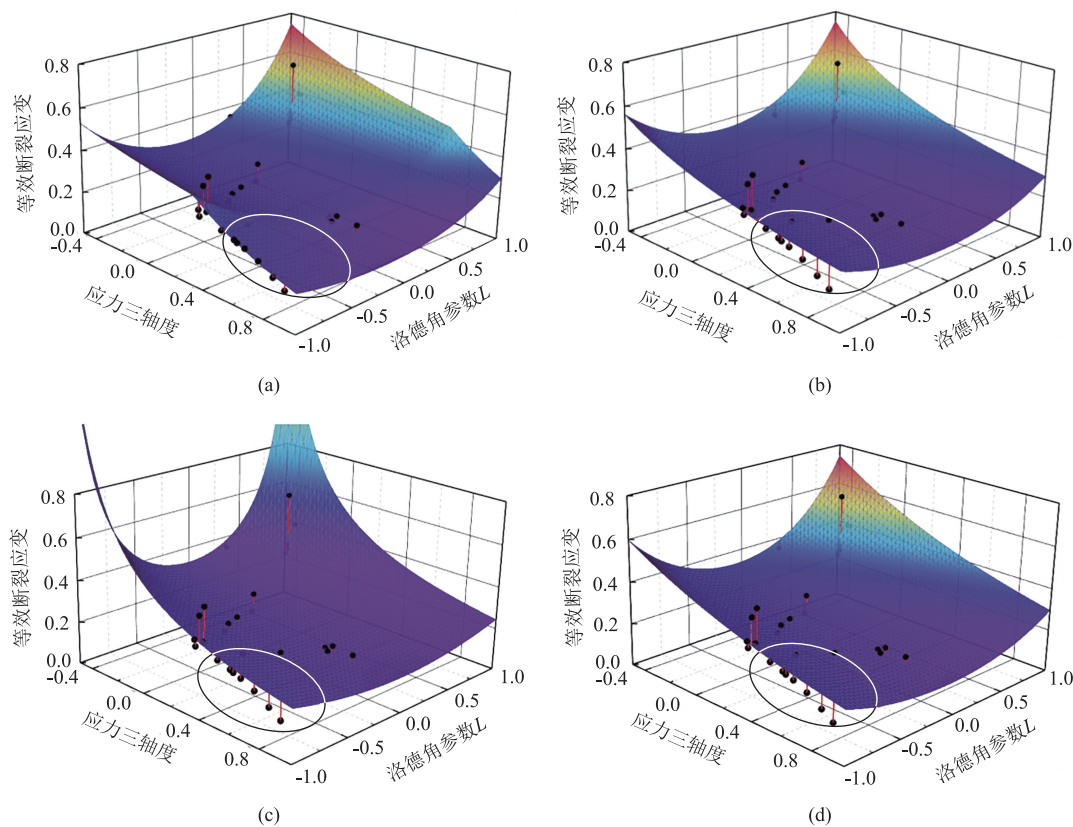


图 4 不同准则对 AA 2024-T351 铝合金断裂试验数据的拟合结果

(a) 新准则 (b) DF2016 准则 (c) Hu 准则 (d) 穆磊准则

Fig. 4 Fitting results of different criteria to fracture test data for AA 2024-T351 aluminum alloy

(a) New criterion (b) DF2016 criterion (c) Hu criterion (d) Mu Lei criterion

3.2 应用于 AISI 1045 碳钢

为了进一步验证本文所提出的韧性断裂准则的可靠性和普适性,参考文献 [31] 的 AISI 1045 碳钢断裂试验数据,对准则参数进行校准。Bai Y L 等^[31]采用 MTS 万能材料试验机,开展了蝴蝶试样在不同角度下的拉伸试验、平槽板试样在不同槽半径 r' 下的拉伸试验、管状试样扭转试验以及光滑圆棒试样拉伸试验,并构建了与试验边界条件一致的有限元模型,基于有限元逆方法确定了各试验的应力状态参数,试验数据如表 2 所示^[31]。与 3.1 节一致,对比了新准则、DF2016 准则、Hu 准则以及穆磊准则的预测结果,如图 5 所示。

由图 5 可以看出,相较于其他准则,新准则对试验 1、试验 9、试验 10 和试验 11 的预测精度有了很大的提升,即图 5 中圆圈标注区域内的试验结果。这再一次说明了孔洞颈缩合并机制对材料的断裂行为有较大的影响,需要在预测模型中充分考虑。值得注意的是,几种准则预测得到的等效断裂应变包络面趋势不同。Hu 准则得到的包络面关于 $L=0$ 对称;穆磊准则在 $L>0$ 区域的等效断裂应变整体大于

表 2 AISI 1045 碳钢断裂试验数据

Table 2 Fracture test data for AISI 1045 carbon steel

| 编号 | 试验描述 | η | L | $\bar{\theta}$ | $\bar{\varepsilon}_f$ |
|----|-----------------------------------|--------|--------|----------------|-----------------------|
| 1 | 蝴蝶试样 (+90°), 拉伸 | 0.819 | -0.087 | 0.096 | 0.157 |
| 2 | 蝴蝶试样 (+30°), 拉剪 | 0.689 | -0.619 | 0.656 | 0.236 |
| 3 | 蝴蝶试样 (+22°), 拉剪 | 0.620 | -0.824 | 0.848 | 0.277 |
| 4 | 蝴蝶试样 (+10°), 拉剪 | 0.375 | -0.482 | 0.518 | 0.355 |
| 5 | 蝴蝶试样 (+5°), 拉剪 | 0.205 | -0.223 | 0.244 | 0.403 |
| 6 | 蝴蝶试样 (+0°), 纯剪切 | -0.021 | 0.019 | -0.021 | 0.860 |
| 7 | 蝴蝶试样 (-5°), 压剪 | -0.169 | 0.352 | -0.383 | 0.966 |
| 8 | 蝴蝶试样 (-10°), 压剪 | -0.255 | 0.571 | -0.608 | 1.183 |
| 9 | 平槽板试样 ($r'=12.7\text{ mm}$), 拉伸 | 0.671 | -0.047 | 0.052 | 0.218 |
| 10 | 平槽板试样 ($r'=3.97\text{ mm}$), 拉伸 | 0.780 | -0.076 | 0.084 | 0.177 |
| 11 | 平槽板试样 ($r'=1.59\text{ mm}$), 拉伸 | 1.024 | -0.103 | 0.113 | 0.101 |
| 12 | 管状试样, 扭转 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.524 |
| 13 | 光滑圆棒试样, 拉伸 | 0.504 | -1.000 | 1.000 | 0.489 |

$L<0$ 区域;新准则和 DF2016 准则与穆磊准则的预测趋势相反,当应力三轴度相同时,新准则预测的等效断裂应变在广义拉伸应力状态 ($L=-1$) 时大

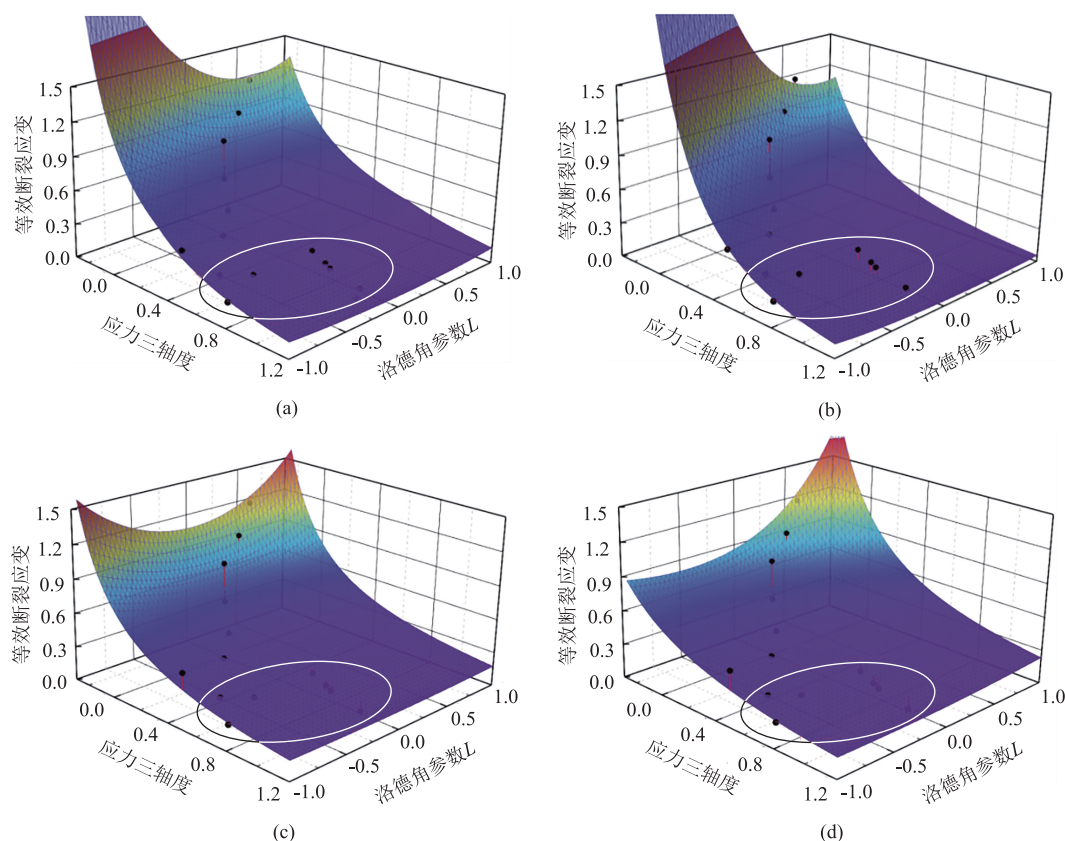


图 5 不同准则对 AISI 1045 碳钢断裂试验数据的拟合结果

(a) 新准则 (b) DF2016 准则 (c) Hu 准则 (d) 穆磊准则

Fig. 5 Fitting results of different criteria to fracture test data for AISI 1045 carbon steel

(a) New criterion (b) DF2016 criterion (c) Hu criterion (d) Mu Lei criterion

于广义压缩应力状态 ($L=1$)。这是由于几种准则对孔洞生长的驱动力的定义不一致。新准则和 DF2016 准则通过引入参数 C_4 使得预测的等效断裂应变包络面对洛德角参数 L 的敏感性更为灵活, 因此预测精度也相对较高。

采用新准则、DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则, 分别计算不同准则对试验结果的预测误差, 得到的平均预测误差分别为 9.658%、16.080%、24.317% 和 19.805%, 最大预测误差分别为 23.468%、42.642%、102.505% 和 80.455%。结果表明, 新准则对 AISI 1045 碳钢的韧性断裂行为的预测精度有了较大的提升。

4 结论

(1) 本文基于现有的 DF 系列韧性断裂准则, 考虑了孔洞生长驱动力和孔洞颈缩合并, 提出了一种改进的韧性断裂准则。该准则各参数具有明确的物理意义, 可以反映材料内部微观孔洞对其断裂行为的影响。

(2) 本文提出的韧性断裂准则对 AA 2024-T351 铝合金在平面与非平面应力状态下的等效断裂应变预测精度较高, 与 DF2016 准则、Hu 准则和穆磊准则的预测值相比, 平均预测误差和最大预测误差分别最多提升了 3.293% 和 33.216%。

(3) 新准则较其他 3 种准则对 AISI 1045 碳钢的等效断裂应变预测精度有较大提升, 在第三主应力大于 0 的区域效果更为明显。这是由于不同应力状态下孔洞聚合机制差异较大, 对材料的断裂性能有显著的影响, 而新准则充分考虑到了这一点。

参考文献:

- [1] Gurson A L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I-Yield criteria and flow rules for porous ductile media [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99 (1): 2-15.
- [2] Tvergaard V, Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar [J]. Acta Metallurgica, 1984, 32 (1): 157-169.
- [3] Needleman A, Tvergaard V. An analysis of ductile rupture in notched bars [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids,

- 1984, 32 (6): 461-490.
- [4] He Z, Zhu H, Hu Y M. An improved shear modified GTN model for ductile fracture of aluminium alloys under different stress states and its parameters identification [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2021, 192: 106081.
- [5] 董建鹏, 王时龙, 周杰, 等. 基于修正 GTN 模型的不锈钢管剪切过程韧性断裂准则研究 [J]. *工程力学*, 2021, 38 (3): 239-247.
- Dong J P, Wang S L, Zhou J, et al. The ductile fracture criterion of stainless-steel tubes in the shearing process based on modified GTN model [J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38 (3): 239-247.
- [6] Lemaitre J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture [J]. *Transactions of the Asme Journal of Engineering Materials and Technology*, 1985, 107 (1): 83-89.
- [7] Andrade F X C, Feucht M, Haufe A, et al. An incremental stress state dependent damage model for ductile failure prediction [J]. *International Journal of Fracture*, 2016, 200 (1): 127-150.
- [8] 梁宾, 赵岩, 赵清江, 等. 基于 Gissmo 失效模型的 6016 铝合金板材断裂行为研究及应用 [J]. *机械工程学报*, 2019, 55 (18): 53-62.
- Liang B, Zhao Y, Zhao Q J, et al. On the prediction of failure in 6016 aluminum alloy sheet by gissmo damage model [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55 (18): 53-62.
- [9] Rice J R, Tracey D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1969, 17 (3): 201-217.
- [10] Cockcroft M C, Latham D J. Ductility and the workability of metals [J]. *Journal of the Institute of Metals*, 1968, 96 (1): 33-39.
- [11] Wierzbicki T L, Bao Y B, Lee Y W, et al. Calibration and evaluation of seven fracture models [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2005, 47 (4-5): 719-743.
- [12] Xue L, Wierzbicki T. Ductile fracture initiation and propagation modeling using damage plasticity theory [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75 (11): 3276-3293.
- [13] Bai Y L, Wierzbicki T. Application of extended Mohr-Coulomb criterion to ductile fracture [J]. *International Journal of Fracture*, 2010, 161 (1): 1-20.
- [14] 李文超, 景媛. 一种改进的 Xue-Wierzbicki 延性断裂模型 [J]. *塑性工程学报*, 2022, 29 (11): 127-137.
- Li W C, Jing Y. A modified Xue-Wierzbicki ductile fracture model [J]. *Journal of Plasticity Engineering*, 2022, 29 (11): 127-137.
- [15] Pathak N, Adrien J, Butcher C, et al. Experimental stress state-dependent void nucleation behavior for advanced high strength steels [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 179 (1): 105661.
- [16] Beremin F M. Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel [J]. *Metallurgical Transactions A*, 1981, 12 (5): 723-731.
- [17] Malcher L, Pires F M A, De Sá J M A C. An assessment of isotropic constitutive models for ductile fracture under high and low stress triaxiality [J]. *International Journal of Plasticity*, 2012, 30: 81-115.
- [18] Weck A, Wilkinson D S. Experimental investigation of void coalescence in metallic sheets containing laser drilled holes [J]. *Acta Materialia*, 2008, 56 (8): 1774-1784.
- [19] Lou Y S, Huh H, Lim S, et al. New ductile fracture criterion for prediction of fracture forming limit diagrams of sheet metals [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49 (25): 3605-3615.
- [20] Bao Y B, Wierzbicki T. On the cut-off value of negative triaxiality for fracture [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72 (7): 1049-1069.
- [21] Khan A S, Liu H W. A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy [J]. *International Journal of Plasticity*, 2012, 35: 1-12.
- [22] Lou Y S, Yoon J W, Huh H. Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut-off value for stress triaxiality [J]. *International Journal of Plasticity*, 2014, 54: 56-80.
- [23] Lou Y S, Chen L, Clausmeyer T, et al. Modeling of ductile fracture from shear to balanced biaxial tension for sheet metals [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2017, 112: 169-184.
- [24] Hu Q, Li X F, Han X H, et al. A new shear and tension based ductile fracture criterion: Modeling and validation [J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2017, 66: 370-386.
- [25] 穆磊. 面向先进高强钢的韧性断裂预测模型研究与应用 [D]. 北京: 北京科技大学, 2018.
- Mu L. Research and Application of Toughness Fracture Prediction Model for Advanced High Strength Steels [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2018.
- [26] 胡启. 轻质高强板塑性变形的各向异性屈服准则与失效模型的理论研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2019.
- Hu Q. Theoretical Study of Anisotropic Yield Criterion and Failure Model for Plastic Deformation of Lightweight High-Strength Plate [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2019.
- [27] 鞠珂. 非耦合韧性断裂准则的理论模型研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2020.
- Ju K. Theoretical Modeling of Uncoupled Ductile Fracture Criterion [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2020.
- [28] 贾哲. 基于孔洞演化行为的铝合金韧性断裂模型研究与应用 [D]. 北京: 北京科技大学, 2022.
- Jia Z. Research and Application of Aluminum Alloy Toughness Fracture Model Based on Pore Evolution Behavior [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2022.
- [29] Chang Z D, Chen J. A new void coalescence mechanism during incremental sheet forming: Ductile fracture modeling and experimental validation [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2021, 298: 117319.
- [30] Vershinin V V. Validation of metal plasticity and fracture models through numerical simulation of high velocity perforation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2015, 67-68: 127-138.
- [31] Bai Y L, Teng X Q, Wierzbicki T. On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing [J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2009, 131 (2): 13-22.