

# 基于变形本质特征的锥形凹模缩口工艺关键参数影响分析与凹模半锥角优化

褚亮<sup>1</sup>, 官小龙<sup>2</sup>, 吴静然<sup>1</sup>, 韩彦龙<sup>1</sup>, 王锋<sup>1</sup>, 汤立松<sup>1</sup>

(1. 河北石油职业技术大学 机械工程系, 河北 承德 067000; 2. 河北石油职业技术大学 热能工程系, 河北 承德 067000)

**摘要:** 依据锥形凹模缩口工艺的变形特点, 分析了锥形变形区和自由弯曲区的力学特征, 采用主应力法, 结合材料变厚和加工硬化两个影响因素, 研究了锥形凹模缩口变形过程中径向应力和切向应力的变化规律并推导出具体的理论表达式。分析了缩口系数、摩擦因数、凹模半锥角对最大径向应力和缩口变形力的影响。研究表明, 最大径向应力和缩口变形力随着缩口系数的增大而单调递减, 随着摩擦因数的增加而线性递增, 而与凹模半锥角呈凹曲线关系, 存在最佳凹模半锥角。在此基础上, 理论推导出了摩擦因数与最佳凹模半锥角的函数关系式, 进一步分析了最佳凹模半锥角与摩擦因数之间的关系, 并通过对理论数据进行拟合建立了最佳凹模半锥角的数学表达式。

**关键词:** 缩口变形力; 径向应力; 凹模半锥角; 摩擦因数; 缩口系数

**DOI:** 10.13330/j.issn.1000-3940.2024.11.007

**中图分类号:** TG386 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-3940 (2024) 11-0047-08

## Influence analysis on key parameters in necking process with conical die and optimum on semi-cone angle of die based on essential deformation characteristics

Chu Liang<sup>1</sup>, Gong Xiaolong<sup>2</sup>, Wu Jingran<sup>1</sup>, Han Yanlong<sup>1</sup>, Wang Feng<sup>1</sup>, Tang Lisong<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanical Engineering, Hebei Petroleum University of Technology, Chengde 067000, China;

2. Department of Thermal Engineering, Hebei Petroleum University of Technology, Chengde 067000, China)

**Abstract:** According to the deformation characteristics of necking process with conical die, the mechanical characteristics of conical deformation zone and free bending zone were analyzed, and combined with two influence factors of material thickening and work hardening, the variation laws of radial stress and tangential stress in the necking deformation process with conical die were studied by principal stress method. Then, the specific theoretical expressions were derived, and the influences of necking coefficient, friction factor and semi-cone angle of die on the maximum radial stress and the necking deformation force were analyzed. The research shows that the maximum radial stress and the necking deformation force monotonically decrease with the increasing of necking coefficient, linearly increase with the increasing of friction factor, and exhibit a concave curve relationship with semi-cone angle of die, indicating the existence of an optimal semi-cone angle of die. On this basis, a functional relationship between friction factor and optimal semi-cone angle of die is theoretically derived, and the relationship between optimal semi-cone angle of die and friction factor is further analyzed. The mathematical expression of optimal semi-cone angle of die is established by fitting the theoretical data.

**Key words:** necking deformation force; radial stress; semi-cone angle of die; friction factor; necking coefficient

缩口又称为缩径, 是将管材口部直径加以缩小的塑性成形工艺方法, 多用于管材塑性加工, 广泛

应用于航空航天、国防、轻工业等结构件的生产制造<sup>[1-2]</sup>。实际生产过程中, 管材缩口工艺分为冲压缩口、冲击缩口、旋压缩口<sup>[3]</sup>和旋锻缩口<sup>[4]</sup>, 而冲压缩口工艺又分为锥形凹模缩口、抛物面型凹模缩口、球形凹模缩口和椭球型凹模缩口等<sup>[5]</sup>。近几年, 一些学者深入研究了管材旋压缩口工艺<sup>[6-9]</sup>, 而对冲压缩口工艺的研究较少。就锥形凹模缩口而言, 研究多集中于管材及大型筒形件的缩口工艺<sup>[10-13]</sup>、缩口成形过程模拟<sup>[14-16]</sup>, 而更早时有文

收稿日期: 2024-05-13; 修订日期: 2024-08-25

基金项目: 承德市应用技术研究与发展暨可持续发展议程创新示范区专项科技计划项目 (202305B066)

作者简介: 褚亮 (1979-), 男, 博士, 讲师

**E-mail:** chuliangszhm@163.com

通信作者: 吴静然 (1976-), 女, 硕士, 副教授

**E-mail:** icewujr@163.com

献 [17] ~ 文献 [20] 深入系统地研究了缩口力, 但针对锥形凹模缩口工艺参数的研究较少, 虽有文献 [21] 分析了缩口力的影响因素, 并指出最优凹模半锥角的范围在  $20^\circ \sim 30^\circ$  之间, 但是对影响缩口力的工艺参数研究的不够深入和全面。因此, 有必要基于缩口变形本质特征, 在理论上深入系统地研究关键工艺参数对锥形凹模缩口工艺的影响规律, 优化凹模半锥角。

基于此, 本文依据锥形凹模缩口工艺的变形特点, 分析了缩口锥形变形区和自由弯曲区的力学特征, 利用主应力法, 结合材料厚度变厚和加工硬化这两个影响因素, 通过研究锥形凹模缩口变形过程中径向应力和切向应力的变化规律, 分析了关键工艺参数对锥形凹模缩口工艺的影响, 并优化了凹模半锥角, 建立了最佳凹模半锥角的理论表达式。

## 1 锥形凹模缩口变形力学分析

### 1.1 缩口变形特点与建模前提

锥形凹模缩口变形过程如图 1 所示, 划分为已变形区、变形区和待变形区 (传力区), 其中,  $P$  为缩口变形力,  $t_0$  为管材初始厚度,  $t_1$  为缩口后的厚度,  $r_0$  为初始半径,  $r_1$  为缩口后的半径,  $\alpha$  为凹模半锥角。变形区包括锥形变形区和自由弯曲区, 自由弯曲区内坯料发生弯曲变形和变直变形<sup>[22]</sup>。锥形变形区为两向受压的平面应力状态, 受到径向压应力  $\sigma_r$  和切向压应力  $\sigma_\theta$  的作用, 切向压应力  $\sigma_\theta$  的绝对值最大, 厚向应力  $\sigma_t$  近似为 0; 应变状态为切向压应变  $\varepsilon_\theta$ 、径向拉应变  $\varepsilon_r$  和厚向拉应变  $\varepsilon_t$ , 管材直径减小, 高度增大, 厚度变厚。缩口变形程度用缩口系数  $m = r_1/r_0$  表示。

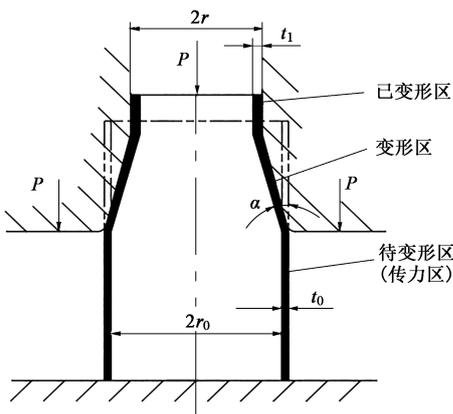


图 1 缩口变形示意图

Fig. 1 Schematic diagram of necking deformation

利用主应力法对缩口变形区应力进行分析, 满足如下前提条件。

(1) 缩口锥形变形区材料厚度变厚, 厚度变化规律为:

$$t_R = t_0 \sqrt{r_0/R} \approx t_0(1 + r_0/R)/2 \quad (1)$$

式中:  $t_R$  为锥形变形区半径  $R$  处的坯料厚度, mm;  $R$  为变形区半径, mm,  $r_1 < R < r_0$ 。

(2) 缩口变形区包括锥形变形区和自由弯曲区, 同时考虑二者对缩口变形的作用。

(3) 考虑加工硬化效应, 真实应力-真实应变满足更符合实际的幂函数硬化规律。

(4) 锥形凹模与管材外表面之间存在摩擦接触, 符合库伦摩擦定律, 摩擦因数  $\mu$  不变。

### 1.2 缩口锥形变形区力学分析

在锥形变形区半径  $R$  处, 用两个相交的径向平面和两个平行的法向平面切取一微元体, 其应力状态如图 2 所示, 其中,  $p$  为作用于锥形变形区的平均单位压力。微元体存在如下几何关系:  $Rd\psi = Rd\theta/\sin\alpha = Rd\beta/\cos\alpha$ , 即  $d\theta = d\psi\sin\alpha$ 、 $d\beta = d\psi\cos\alpha$ , 其中,  $d\psi$  为半径为  $R$  的圆弧夹角,  $d\theta$  为该圆弧沿母线方向的夹角,  $d\beta$  为沿法线方向的夹角。微元体内各应力分量的作用面积分别为  $A_1 = (R+dR)t_R d\psi$ 、 $A_2 = Rt_R d\psi$ 、 $A_3 = t_R dR/\sin\alpha$ 、 $A_4 = Rd\psi dR/\sin\alpha$ 。

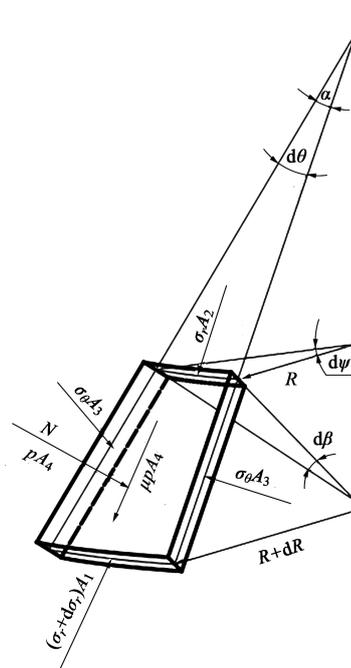


图 2 锥形变形区应力分析图

Fig. 2 Stress analysis diagram of conical deformation zone

沿微元体外表面法线方向  $N$  列出平衡方程式:

$$pA_4 - 2\sigma_\theta A_3 \sin(d\beta/2) = 0 \quad (2)$$

沿微元体母线方向列出平衡方程式:

$$(\sigma_r + d\sigma_r)A_1 - \sigma_r A_2 - \mu p A_4 - 2\sigma_\theta A_3 \sin(d\theta/2) = 0 \quad (3)$$

将式 (2) 和式 (3) 联立, 且  $\sin(d\beta/2) \approx d\beta/2$ ,  $\sin(d\theta/2) \approx d\theta/2$ , 化简整理后得:

$$Rd\sigma_r/dR + \sigma_r - \sigma_\theta(1 + \mu\cot\alpha) = 0 \quad (4)$$

缩口变形过程中真实应力  $Y$  是变化的, 按幂函数硬化曲线规律予以表示, 即  $Y = K\varepsilon^n$ 。其中,  $\varepsilon$  为真实应变,  $\varepsilon = \ln(R/r_0)$ ,  $K$  为材料常数,  $n$  为加工硬化指数。

缩口变形时, 由于坯料直径是减小的, 真实应变  $\varepsilon$  恒为负, 计算中取其绝对值  $|\varepsilon|$ , 即:  $|\varepsilon| = |\ln(R/r_0)| = |(R/r_0 - 1) - (R/r_0 - 1)^2/2| = 3/2 - 2R/r_0 + R^2/(2r_0^2)$ , 因此:

$$|\varepsilon|^n = [3/2 - 2R/r_0 + R^2/(2r_0^2)]^n \approx 1 + n[1/2 - 2R/r_0 + R^2/(2r_0^2)] = (1 + n/2) + n[R^2/(2r_0^2) - 2R/r_0] \quad (5)$$

于是, 可得到:

$$\sigma_\theta = 1.15K[(1 + n/2) + n(\frac{R^2}{2r_0^2} - \frac{2R}{r_0})] \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (3), 得:

$$Rd\sigma_r/dR + \sigma_r - 1.15K(1 + n/2)(1 + \mu\cot\alpha) - 1.15Kn(1 + \mu\cot\alpha)(\frac{R^2}{2r_0^2} - \frac{2R}{r_0}) = 0 \quad (7)$$

将式 (7) 积分得:

$$\sigma_r = c/R + 1.15K(1 + n/2)(1 + \mu\cot\alpha) + 1.15Kn(1 + \mu\cot\alpha)(\frac{R^2}{6r_0^2} - \frac{R}{r_0}) \quad (8)$$

式中:  $c$  为常数。

考虑边界条件: 当  $R=r_1$  时,  $\sigma_r=0$ , 则常数  $c = -1.15K(1 + \mu\cot\alpha)r_1[(1 + n/2) + n(m^2/6 - m)]$ , 于是, 有:

$$\sigma_r = 1.15K(1 + n/2)(1 + \mu\cot\alpha)(1 - \frac{r_1}{R}) + 1.15Kn(1 + \mu\cot\alpha)[\frac{R^2}{6r_0^2} - \frac{R}{r_0} - \frac{r_1}{R}(\frac{m^2}{6} - m)] \quad (9)$$

式 (6) 和式 (9) 分别为缩口锥形变形区内的切向应力  $\sigma_\theta$  和径向应力  $\sigma_r$  的变化规律。

### 1.3 自由弯曲区力学分析

缩口变形初始, 管材端口处首先与凹模接触, 坯料在进入锥形变形区前, 需要由竖直变为锥形,

发生自由弯曲。自由弯曲分为弯曲和变直两个过程, 每个过程引起的应力增量  $\Delta\sigma_r = \sigma_r(1 - \cos\alpha)$ 。因此, 经过自由弯曲后的径向应力为<sup>[19]</sup>:

$$\sigma_r + 2\Delta\sigma_r = \sigma_r(3 - 2\cos\alpha) \quad (10)$$

所以, 锥形凹模缩口变形区的径向应力为:

$$\sigma_r = 1.15K(1 + \mu\cot\alpha)(3 - 2\cos\alpha) \times \{(1 + \frac{n}{2})(1 - \frac{r_1}{R}) + n[\frac{R^2}{6r_0^2} - \frac{R}{r_0} - \frac{r_1}{R}(\frac{m^2}{6} - m)]\} \quad (11)$$

式 (11) 中径向应力  $\sigma_r$  是关于  $R$  的函数, 在区间  $[r_1, r_0]$  为单调递增, 即当  $R=r_0$  时  $\sigma_r$  有最大值, 因此:

$$\sigma_{r_{\max}} = 1.15K(1 + \mu\cot\alpha)(3 - 2\cos\alpha) \times [(1 + n/2)(1 - m) - n(5 - 6m^2 + m^3)] \quad (12)$$

式 (12) 为锥形凹模缩口变形时最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  的理论表达式。将最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  乘以管材初始横截面积即为锥形凹模缩口的变形力。因此, 最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  决定着缩口变形力的大小。

## 2 缩口工艺参数影响分析

由式 (12) 可看出, 最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  主要与材料特征参数  $K$  和  $n$ 、缩口系数  $m$ 、摩擦因数  $\mu$ 、凹模半锥角  $\alpha$  这 5 个参数有关。而管材的材料牌号和变形温度确定后, 影响缩口变形力的主要工艺参数为缩口系数和凹模半锥角。锥形凹模缩口工艺实验<sup>[19]</sup>用 T2 紫铜管 ( $K=538.37$  MPa,  $n=0.455$ ) 和 Q235 钢管 ( $K=630.27$  MPa,  $n=0.236$ ),  $m=0.84$ , 通过分析  $\mu$ 、 $\alpha$  与  $\sigma_{r_{\max}}$  之间的关系曲线来研究其对缩口变形的影响。

### 2.1 缩口系数的影响

描述缩口变形程度的参数为缩口系数  $m$ , 缩口极限变形程度用极限缩口系数  $m_{\min}$  表示。实际缩口时, 缩口系数  $m$  大于极限缩口系数  $m_{\min}$ 。图 3 为 T2 紫铜管和 Q235 钢管在  $\mu=0.15$ 、凹模半锥角  $\alpha=20^\circ$  时, 缩口系数  $m$  与最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  之间的关系曲线。

由图 3 可以看出, 最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  随着缩口系数  $m$  的增大而单调递减, 即缩口系数  $m$  越小, 最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  越大。这表明缩口变形程度越大, 最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  越大。

### 2.2 摩擦因数的影响

当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时, 不同

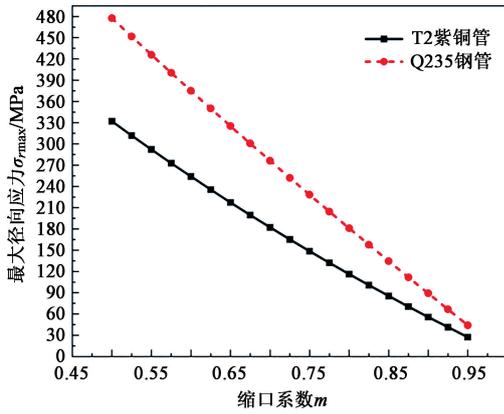


图 3 缩口系数与最大径向应力的关系曲线

Fig. 3 Relation curves between necking coefficient and maximum radial stress

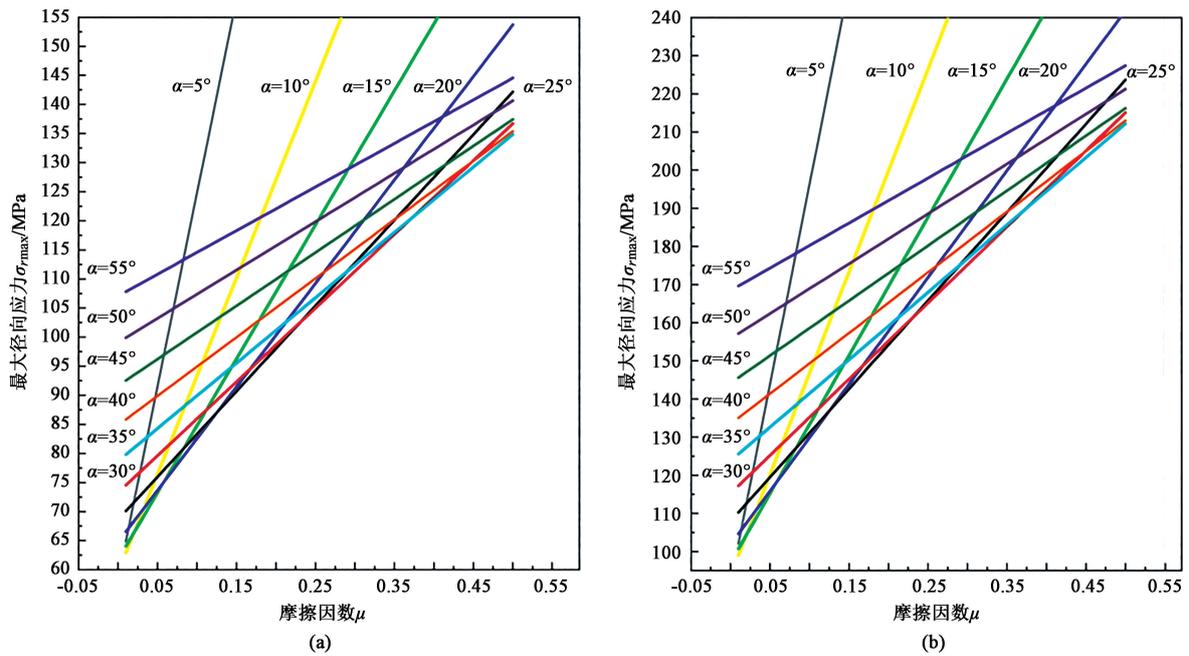


图 4 摩擦因数与最大径向应力的关系曲线

(a) T2 紫铜管 (b) Q235 钢管

Fig. 4 Relation curves between friction factor and maximum radial stress

(a) T2 pure copper tube (b) Q235 steel tube

$\mu$  的增大而急速增大。凹模半锥角  $\alpha \geq 30^\circ$  时, 直线斜率相对较小; 凹模半锥角  $\alpha$  越大, 斜率逐渐减小; 凹模半锥角很大 ( $\alpha \geq 50^\circ$ ) 时, 最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  随着  $\mu$  的增大而增长得相对缓慢。  $20^\circ < \alpha < 30^\circ$  时, 直线斜率介于上面两种情况之间, 直线斜率由相对较大开始逐渐转变为相对较小; 凹模半锥角  $\alpha = 25^\circ$  时, 直线斜率正好介于中间。

凹模半锥角  $\alpha = 25^\circ$  可作为直线斜率的分界线。凹模半锥角  $\alpha \leq 25^\circ$  时, 直线斜率较大, 凹模半锥角  $\alpha$  越小, 直线斜率就越大, 斜率的变化率为正值; 凹模半锥角  $\alpha > 25^\circ$  时, 直线斜率相对较小, 斜率的

凹模半锥角下的  $\mu$  与最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  的关系曲线如图 4 所示。由图 4 可看出, 最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  随着  $\mu$  的增加而线性递增。

(1) 凹模半锥角  $\alpha$  一定时, 通过尽可能减小  $\mu$ , 能够有效地降低最大径向应力  $\sigma_{r\max}$ , 进而获得更小的缩口变形力。

(2) 凹模半锥角  $\alpha$  变化时, 最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  与  $\mu$  之间的直线斜率是不相同的, 随着凹模半锥角  $\alpha$  依次增大, 直线斜率是依次减小的。

进一步分析可看出: 凹模半锥角  $\alpha \leq 20^\circ$  时, 直线斜率较大; 凹模半锥角  $\alpha$  越小, 斜率就越大; 凹模半锥角很小 ( $\alpha \leq 5^\circ$ ) 时, 最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  随着

变化率为负值。进一步表明: 凹模半锥角  $\alpha \leq 25^\circ$  时,  $\mu$  对最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  的影响程度大于凹模半锥角  $\alpha$ , 凹模半锥角  $\alpha$  越小,  $\mu$  的影响程度越大; 而凹模半锥角  $\alpha > 25^\circ$  时, 凹模半锥角  $\alpha$  对最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  的影响程度大于  $\mu$ , 凹模半锥角  $\alpha$  越大, 凹模半锥角  $\alpha$  的影响程度越大。

(3) 凹模半锥角  $\alpha$  较小且  $\mu$  较小时的最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  值大于凹模半锥角  $\alpha$  较大且  $\mu$  较大时的最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  值。因此, 仅仅减小  $\mu$  是不能获得尽量小的最大径向应力  $\sigma_{r\max}$  的, 还需要考虑凹模半锥角  $\alpha$  的影响。

### 2.3 凹模半锥角的影响

当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时，不同摩擦因数  $\mu$  下的凹模半锥角  $\alpha$  与最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  的关系曲线如图 5 所示。由图 5 可看出，最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  与凹模半锥角  $\alpha$  之间呈凹曲线关系，当  $\mu$  一定时，随着凹模半锥角  $\alpha$  的增大，最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  的变化趋势为先减小再增大，存在最小值，从而缩口变形力存在最小值。主要是因为缩口系数  $m$  不变时，凹模半锥角  $\alpha$  越小，锥形变形区面积越大，使凹模与管材的接触面积变大，增大了摩擦力，

而且摩擦因数越大，摩擦力越大，增大了最大径向应力  $\sigma_{rmax}$ ，进而缩口变形力增大；可是却减小了自由弯曲作用，附加弯曲力变小，减小了最大径向应力  $\sigma_{rmax}$ ，从而使缩口变形力减小。随着凹模半锥角  $\alpha$  的增大，锥形变形区面积减小，摩擦力减小，最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力变小，但自由弯曲作用增大，附加弯曲力变大，增大了最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力。因此，存在凹模半锥角  $\alpha$  使最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力最小，即最佳凹模半锥角  $\alpha_0$ 。

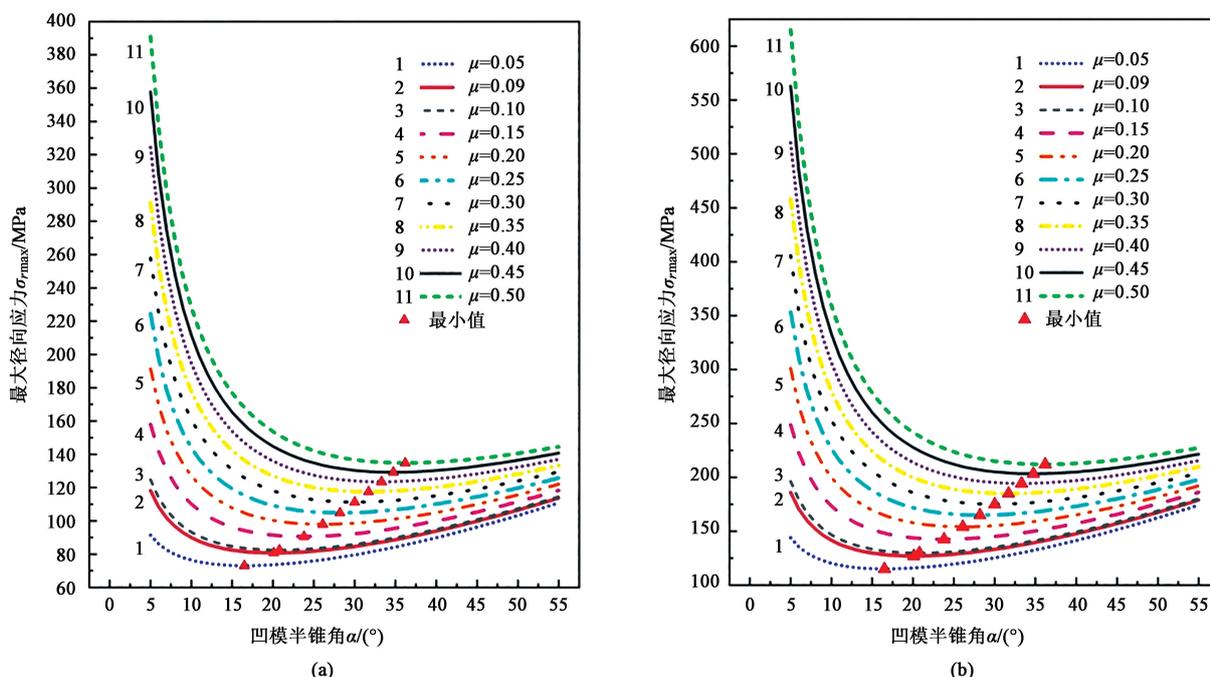


图 5 凹模半锥角与最大径向应力的关系曲线

(a) T2 紫铜管 (b) Q235 钢管

Fig. 5 Relation curves between semi-cone angle of die and maximum radial stress

(a) T2 pure copper tube (b) Q235 steel tube

分析图 5 可知：

(1) 凹模半锥角  $\alpha$  较小时， $\mu$  对最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力的影响程度大于凹模半锥角  $\alpha$ ；而凹模半锥角  $\alpha$  较大时，凹模半锥角  $\alpha$  对最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力的影响程度大于  $\mu$ 。因此，当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时，影响最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  和缩口变形力的主要因素为凹模半锥角  $\alpha$  和  $\mu$ ；凹模半锥角  $\alpha$  和  $\mu$  为缩口工艺的两个关键工艺参数。

(2) 随着  $\mu$  的增大，最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  与凹模半锥角  $\alpha$  的关系曲线是向上、向右移动的，最大径

向应力  $\sigma_{rmax}$  的最小值是增大的。

(3) 最佳凹模半锥角不是固定值， $\mu$  不同，最佳凹模半锥角是不同的，最佳凹模半锥角随着  $\mu$  的增大而增大。因此，当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时， $\mu$  为影响最佳凹模半锥角的主要因素。

(4) 最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  的取值范围为：当  $0.09 \leq \mu \leq 0.30$  时， $20^\circ \leq \alpha_0 \leq 30^\circ$ ；而  $\mu < 0.09$  时， $\alpha_0 < 20^\circ$ ； $\mu > 0.30$  时， $\alpha_0 > 30^\circ$ 。

(5) 摩擦因数应尽可能小且该摩擦因数下的最佳凹模半锥角使最大径向应力  $\sigma_{rmax}$  尽量减小，进而获得最小缩口变形力的最优工艺。

### 3 最佳凹模半锥角

当缩口件的材料牌号和尺寸确定时, 缩口系数不变, 则式 (12) 中的最大径向应力  $\sigma_{r_{\max}}$  是关于  $\mu$  和凹模半锥角  $\alpha$  的函数。只需令  $d\sigma_{r_{\max}}/d\alpha=0$ , 即可求得最佳凹模半锥角  $\alpha_0$ , 经过求导并化简整理后得:

$$\mu = \frac{2\sin^3\alpha_0}{3 - 4\cos\alpha_0 + 2\cos^3\alpha_0} \quad (13)$$

式 (13) 的反函数即为最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  与  $\mu$  之间的关系式。

根据式 (13) 计算出  $5^\circ \leq \alpha_0 \leq 55^\circ$  (取值增量为  $0.5^\circ$ ) 时对应的  $\mu$ ; 而在金属塑性成形过程中, 模具与工件接触面的摩擦因数存在极限值, 为  $0.500 \sim 0.577$  [23]。绘制最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  与  $\mu$  之间的关系理论曲线, 如图 6 所示。由图 6 可以看出,  $\alpha_0$  随着  $\mu$  的增大而单调递增; 当  $\mu \leq 0.30$  时,  $\alpha_0$  与

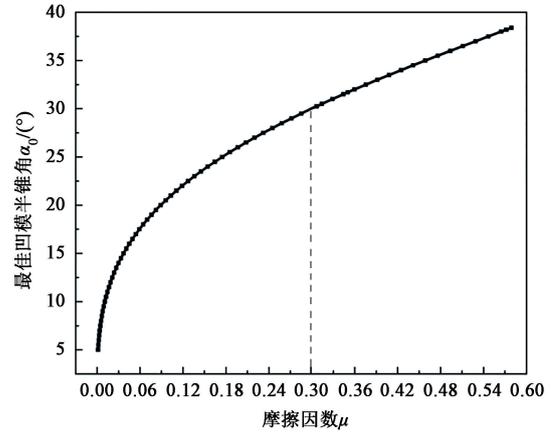
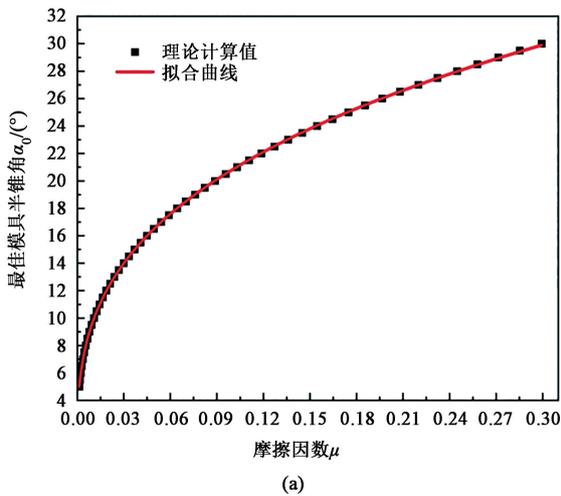


图 6 最佳凹模半锥角与摩擦因数的关系曲线

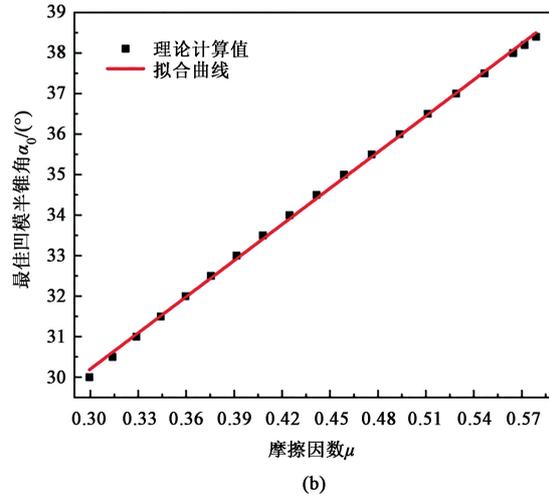
Fig. 6 Relation curve between optimum semi-cone angle of die and friction factor

$\mu$  呈凸曲线关系, 当  $0.300 < \mu < 0.577$  时,  $\alpha_0$  与  $\mu$  呈线性关系。

将经过理论计算得到的图 6 中最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  与  $\mu$  的关系曲线进行分段拟合, 拟合后的曲线如图 7 所示。



(a)



(b)

图 7 最佳凹模半锥角与摩擦因数的拟合曲线

(a)  $\mu \leq 0.30$  (b)  $0.300 < \mu < 0.577$

Fig. 7 Fitting curves between optimum semi-cone angle of die and friction factor

拟合后, 建立的最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  的方程为:

$$\alpha_0 = 44.518\sqrt[3]{\mu}, \quad \mu \leq 0.30 \quad (14)$$

$$\alpha_0 = 29.084\mu + 21.604, \quad 0.30 < \mu < 0.577$$

(15)

式 (14) 的方差分析结果和参数估值误差统计分析结果分别如表 1 和表 2 所示。由表 1 可以看出, 决定系数  $R^2 = 0.99999$  和修正的决定系数  $R^2_{\text{adj}} = 0.99999$ , 可认为等于 1, 结合  $F$  值和  $P$  值 ( $< 0.001$ ), 说明拟合方程式 (14) 的计算结果与

实际结果高度一致, 拟合精度高, 所以拟合方程成立。

表 1 拟合方程式 (14) 的方差分析结果

Table 1 Variance analysis results of fitting equation (14)

来源	自由度	平方和	均方差	$F$ 值	$P$ 值
回归	2	18381.211	9190.606	$1.153 \times 10^7$	$1.053 \times 10^{-139}$
残差	49	0.0390	$7.973 \times 10^{-4}$		
总计	51	18381.25			

$R^2 = 0.99999, R^2_{\text{adj}} = 0.99999$

表 2 拟合方程式 (14) 参数值误差分析结果  
Table 2 Error analysis results of parameter values for fitting equation (14)

变量	数值	标准误差	$t$ 值	$P$ 值
系数	44.518	0.0231	1927.318	$2.765 \times 10^{-121}$
次幂	1/3	$2.201 \times 10^{-4}$	1499.533	$6.212 \times 10^{-116}$

式 (15) 的方差分析结果和参数估值误差统计分析结果分别如表 3 和表 4 所示。由表 3 可以看出, 决定系数  $R^2 = 0.99959$  和修正的决定系数  $R_{adj}^2 = 0.99956$ , 可认为等于 1, 结合  $F$  值和  $P$  值 ( $<0.001$ ), 说明式 (15) 的拟合精度高, 所以拟合方程成立。因此, 式 (14) 和式 (15) 可作为求解最佳模具半锥角  $\alpha_0$  的理论公式。

表 3 拟合方程式 (15) 方差分析结果  
Table 3 Variance analysis results of fitting equation (15)

来源	自由度	平方和	均方差	$F$ 值	$P$ 值
回归	1	129.848	129.848	24599.875	$2.593 \times 10^{-28}$
残差	17	0.0897	0.00244		
总计	18	129.9377			

$R^2 = 0.99959$ ,  $R_{adj}^2 = 0.99956$

表 4 拟合方程式 (15) 参数值误差分析结果  
Table 4 Error analysis results of parameter values for fitting equation (15)

变量	数值	标准误差	$t$ 值	$P$ 值
截距	21.604	0.0747	288.578	$7.941 \times 10^{-28}$
斜率	29.084	0.157	184.977	$4.011 \times 10^{-25}$

## 4 结论

(1) 建立了最大径向应力  $\sigma_{r_{max}}$  的理论计算公式, 该公式表明, 缩口系数  $m$ 、摩擦因数  $\mu$ 、凹模半锥角  $\alpha$  是影响最大径向应力  $\sigma_{r_{max}}$  和缩口变形力的主要工艺参数。最大径向应力  $\sigma_{r_{max}}$  随着缩口系数  $m$  的增大而单调递减, 随着  $\mu$  的增加而线性递增, 而与凹模半锥角  $\alpha$  呈凹曲线关系, 存在最佳凹模半锥角  $\alpha_0$ 。

(2) 当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时, 摩擦因数  $\mu$  和凹模半锥角  $\alpha$  是锥形凹模缩口工艺的两个关键工艺参数,  $\alpha$  和  $\mu$  共同影响着最大径向应力  $\sigma_{r_{max}}$  和缩口变形力。 $\alpha \leq 25^\circ$  时, 摩擦因数  $\mu$  的影

响程度大于凹模半锥角  $\alpha$ ;  $\alpha > 25^\circ$  时, 凹模半锥角  $\alpha$  的影响程度大于摩擦因数  $\mu$ 。

(3) 当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时, 最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  随着  $\mu$  的增大而单调递增。 $0.09 \leq \mu \leq 0.30$  时,  $20^\circ \leq \alpha_0 \leq 30^\circ$ ;  $\mu < 0.09$  时,  $\alpha_0 < 20^\circ$ ;  $0.30 < \mu < 0.577$  时,  $\alpha_0 > 30^\circ$ 。

(4) 当缩口件材料、尺寸和缩口系数一定时, 最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  是关于  $\mu$  的函数,  $\mu$  决定着最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  的大小。通过对理论数据进行拟合, 建立了最佳凹模半锥角  $\alpha_0$  的函数表达式。

### 参考文献:

- [1] 李晓冬, 徐雪峰, 魏科, 等. 5A02 铝合金管材缩口增厚的影响显著性及成形规律研究 [J]. 塑性工程学报, 2021, 28 (2): 63-69.  
Li X D, Xu X F, Wei K, et al. Study on influence significance and forming law of necking and thickening of 5A02 aluminum tube [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2021, 28 (2): 63-69.
- [2] 邱泽宇, 徐雪峰, 付春林, 等. 5A02 铝合金薄壁管材热挤压缩径增厚成形试验研究及优化 [J]. 塑性工程学报, 2019, 26 (5): 7-14.  
Qiu Z Y, Xu X F, Fu C L, et al. Experimental research and optimization on hot extrusion shrinkage and thickening of 5A02 aluminum alloy thin-walled tube [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2019, 26 (5): 7-14.
- [3] 陈俊伟. TP2 铜质干燥器管体缩径旋压成形工艺研究 [D]. 郑州: 华北水利水电大学, 2022.  
Chen J W. Research on Neck Spinning Forming Process of TP2 Copper Desiccator Tube [D]. Zhengzhou: North China University of Water Resources and Electric Power, 2022.
- [4] 张闽, 王旭, 李勇. 薄壁铜管旋锻缩径工艺变形规律研究 [J]. 机械设计与制造, 2022 (11): 129-133.  
Zhang M, Wang X, Li Y. Study on the deformation rule of thin-wall copper tube rotary forging process [J]. Machinery Design & Manufacture, 2022 (11): 129-133.
- [5] 张稳, 鄂大辛, 高志纯. 5A06 管材力学性能测试及其缩口成形性的有限元分析 [J]. 精密成形工程, 2017, 9 (1): 41-46.  
Zhang W, E D X, Gao Z C. Mechanical property testing and finite element analysis of nosing formability of 5A06 tube [J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2017, 9 (1): 41-46.
- [6] 高鹏飞, 詹梅, 李新顺, 等. 铝合金变直径管材旋弯渐近成形规律有限元模拟研究 [J]. 塑性工程学报, 2024, 31 (1): 26-33.  
Gao P F, Zhan M, Li X S, et al. Study on spinning-bending incremental forming characteristics of aluminum alloy variable-diameter tube by FE simulation [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2024, 31 (1): 26-33.

- [7] 郁立, 于忠奇, 甘甜, 等. 铝合金球面件带芯模缩径旋压成形数值仿真 [J]. 塑性工程学报, 2022, 29 (7): 51-57.  
Yu L, Yu Z Q, Gan T, et al. Numerical simulation on necking-in spinning with mandrel for aluminum alloy spherical parts [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2022, 29 (7): 51-57.
- [8] 郝用兴, 陈俊伟, 周鱼跃, 等. TP2 铜管无芯模缩径旋压成形机理研究 [J]. 制造业自动化, 2021, 43 (12): 182-184, 205.  
Hao Y X, Chen J W, Zhou Y Y, et al. Research on forming mechanism of mandrelless neck-spinning on TP2 copper tube [J]. Manufacturing Automation, 2021, 43 (12): 182-184, 205.
- [9] 黎波, 袁其伟, 靳凯, 等. GH625 高温合金管缩径旋压成形数值模拟及试验研究 [J]. 航空制造技术, 2017 (18): 36-42.  
Li B, Yuan Q W, Jin K, et al. Numerical simulation and experiment study on tube spinning of GH625 reducer tube [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2017 (18): 36-42.
- [10] 李碧聪, 李国俊, 张治民, 等. 基于响应面法的大型锥筒件内凸缘缩口成形工艺参数优化 [J]. 精密成形工程, 2023, 15 (4): 197-204.  
Li B C, Li G J, Zhang Z M, et al. Optimization of necking forming process parameters for inner flange of large conical cylinder part based on response surface method [J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2023, 15 (4): 197-204.
- [11] 吴昂, 吴莹, 李国俊, 等. 基于响应曲面法的大型锥形件缩口成形工艺设计及多几何参数优化 [J]. 机械工程学报, 2019, 55 (24): 83-92.  
Wu A, Wu Y, Li G J, et al. Process design and multi-geometric parameter optimization of large cones based on response surface methodology [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55 (24): 83-92.
- [12] 刘泽, 张星, 于建民, 等. “肚大口小”筒形件的缩口挤压成形工艺研究 [J]. 热加工工艺, 2018, 47 (7): 115-120.  
Liu Z, Zhang X, Yu J M, et al. Research on necking extrusion forming process of cylindrical parts with "big belly and small mouth" [J]. Hot Working Technology, 2018, 47 (7): 115-120.
- [13] 张昉, 汪美珍. 252 kV GIS 分支母线壳体缩口工艺与模具设计 [J]. 模具工业, 2016, 42 (2): 33-36.  
Zhang Y, Wang M Z. Necking process of 252 kV GIS branch busbar shell and the die design [J]. Die & Mould Industry, 2016, 42 (2): 33-36.
- [14] 孙浩博, 陈响军, 徐斌, 等. 大型锥形筒件热成形数值模拟与工艺优化 [J]. 塑性工程学报, 2021, 28 (5): 192-201.  
Sun H B, Chen X J, Xu B, et al. Numerical simulation and process optimization on thermal forming of large-scale conical cylinder [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2021, 28 (5): 192-201.
- [15] 王兴雷, 冯再新, 姚宇康, 等. 某 H70 合金弹壳体收口成形工艺数值模拟研究 [J]. 特种铸造及有色合金, 2023, 43 (5): 595-598.  
Wang X L, Feng Z X, Yao Y K, et al. Numerical simulation of necking process of a H70 alloy shell body [J]. Special Casting & Nonferrous Alloys, 2023, 43 (5): 595-598.
- [16] 陈腾飞, 廖声超, 朱发强, 等. 锂电池钢壳缩口工艺的有限元仿真 [J]. 现代制造技术与装备, 2023, 59 (3): 158-161.  
Chen T F, Liao S C, Zhu F Q, et al. Finite element simulation for steel case's shrinking technic of lithium battery [J]. Modern Manufacturing Technology and Equipment, 2023, 59 (3): 158-161.
- [17] 卢险峰, 褚亮. 弹壳形状零件缩口力描述模型研究 [J]. 塑性工程学报, 2004, 11 (6): 43-46.  
Lu X F, Chu L. A descriptive model study on necking deformation pressure for a kind of cartridge [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2004, 11 (6): 43-46.
- [18] 卢险峰, 徐明发, 褚亮, 等. 锥形凹模缩口力计算中弯曲影响的研究 [J]. 锻压装备与制造技术, 2005, 40 (3): 85-88.  
Lu X F, Xu M F, Chu L, et al. A study on bending influence on necking deformation pressure with cone-shaped die [J]. China Metalforming Equipmen & Manufacturing Technology, 2005, 40 (3): 85-88.
- [19] 褚亮. 锥形凹模缩口工艺试验及理论研究 [D]. 南昌: 南昌大学, 2005.  
Chu L. Experimental and Theoretical Research on Necking Process with Conical Die [D]. Nanchang: Nanchang University, 2005.
- [20] 褚亮, 卢险峰, 张建, 等. 管材锥形凹模缩口成形力数学模型研究 [J]. 矿山机械, 2008, 36 (22): 100-104.  
Chu L, Lu X F, Zhang J, et al. Study on the mathematical model of deformation pressure for tube necking with conical die [J]. Mining & Processing Equipment, 2008, 36 (22): 100-104.
- [21] 徐明发, 卢险峰. 锥形模缩口力影响因素分析与凹模半锥角优化设计 [J]. 南昌大学学报 (工科版), 2006, 28 (4): 348-350, 354.  
Xu M F, Lu X F. An analysis of necking pressure under the influence and optimum of semi-coning with conical die [J]. Journal of Nanchang University (Engineerin & Technology), 2006, 28 (4): 348-350, 354.
- [22] Chu L, Shi L J, Bi Y, et al. Finite element simulation of the nosing process of metal tubes with a conical die [J]. Materials Science Forum, 2012, 704-705: 1444-1450.
- [23] 俞汉清, 陈金德. 金属塑性成形原理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.  
Yu H Q, Chen J D. Principles of Metal Forming [M]. Beijing: China Machine Press, 1999.