

装备与成套技术

轧辊偏心影响下耦合振动系统主共振时滞反馈控制

张瑞成, 赵文斌, 梁卫征

(华北理工大学 电气工程学院, 河北 唐山 063210)

摘要: 考虑轧辊偏心和轧制界面非线性摩擦力的影响, 建立了轧机垂直-水平耦合非线性振动的动力学模型。首先, 采用多尺度法求解了在轧辊偏心力影响下的主共振幅频特性方程, 分析了线性和非线性阻尼、非线性刚度以及轧辊偏心力的变化对耦合系统的影响; 然后, 利用奇异性理论探讨了主共振情况下系统的分岔特性, 得到了系统的迁移集和不同开折参数下的拓扑结构; 最后, 设计了线性和非线性复合作用的时滞反馈控制器对主共振进行控制, 并通过数值仿真验证了控制器设计的可行性。研究表明, 所设计的控制器能够有效控制轧辊偏心对耦合系统主共振的影响。

关键词: 耦合振动; 轧辊偏心; 幅频特性; 时滞反馈控制; 分岔

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2025.02.023

中图分类号: TH113.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-3940 (2025) 02-0185-10

Feedback control on main resonance time-lag of coupled vibration system under influence of roller eccentricity

Zhang Ruicheng, Zhao Wenbin, Liang Weizheng

(College of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, China)

Abstract: Considering the effects of roller eccentricity and nonlinear friction forces at the rolling interface, the dynamics model of vertical-horizontal coupled nonlinear vibration for the rolling mill was established. Firstly, the amplitude-frequency characteristic equations of the main resonance under the influence of roller eccentricity force were solved by the multi-scale method, and the influences of linear and nonlinear damping, nonlinear stiffness and roller eccentricity force changes on the system were analyzed. Furthermore, the bifurcation characteristics of the system under the main resonance were explored by using the singularity theory, and the transition set of the system and the topology structure under different open-folding parameters were obtained. Finally, a time-lag feedback controller with the combination of linear and nonlinear effects was designed to control the main resonance, and the feasibility of the controller design was verified by numerical simulation. The research results show that the designed controller can effectively control the influence of roller eccentricity on the main resonance of the coupled system.

Key words: coupled vibration; roller eccentricity; amplitude-frequency characteristics; time-lag feedback control; bifurcation

钢铁工业是国家经济的支柱产业, 在国家推动下, 轧钢技术快速发展进步, 为国家经济的迅速进步做出了重大贡献^[1-2]。板带材作为钢铁工业的主干产品, 对其精度和表面质量的要求越来越严格, 而精度和表面质量是由板形控制^[3-4]和机械振动所决定的。因此, 轧机辊系振动问题具有深远的研究

价值^[5-8]。

高速板带轧机作为一种复杂的、高精密的设备, 研究重点已经从单一振动类型转变为多态耦合振动类型^[9]。Qian C 等^[10]以探究轧机垂直-扭转耦合振动系统在时变全状态约束下的减振控制策略为目标, 建立了考虑阻尼、轧制力以及垂直振动系统与扭转振动系统耦合关系的耦合振动模型, 并设计了机电液垂直-扭转耦合系统的抑振控制算法。Liu S 等^[11]通过建立轧机主传动系统扭转-水平耦合振动动力学方程, 研究了耦合系统的静态分岔和动态分岔问题。此外, 还有学者为了研究液压缸产生的弹簧力、工作辊间的摩擦力以及外部激励的影响, 建立了轧机垂直-水平耦合振动系统^[12-13]。黄金磊等^[14]将摩擦因数非对称的轧制过程模型与轧机垂直-水平-扭

收稿日期: 2024-05-07; **修订日期:** 2024-08-09

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目 (F2018209201); 唐山市人才资助项目 (B202302009); 唐山市科技局科技计划项目 (22130213G)

作者简介: 张瑞成 (1975-), 男, 博士, 教授

E-mail: 1063974891@qq.com

通信作者: 梁卫征 (1982-), 女, 硕士, 副教授

E-mail: wzliang1982@126.com

转耦合振动模型相结合,分析了摩擦因数的非对称性对系统振动特性的影响规律。虽然在轧机耦合振动的机理研究中取得了突破,但是轧机本身的复杂振动规律还需不断地探索与验证,这有助于提出更有效的抑振措施。同时,轧机具有多参数、强耦合、非线性特性以及多约束、动态变化等特征,轧机振动系统的动力学行为分析与控制已经成为非线性控制领域重要的研究课题。钱长照等^[15]通过研究时滞参数影响下的 van der Pol-Duffing 方程,发现选取适当时滞参数能够有效对系统的主共振分岔现象进行抑制。赵艳影等^[16]通过分析反馈增益系数和时滞反馈系数两个控制参数对主共振的影响,发现在控制参数调节区间存在“最大减振点”,可通过合理调节两控制参数使系统的振动几乎完全消除。目前,关于非线性因素影响下轧机振动的研究报道较少。因此,有必要深入研究非线性因素对轧机振动的影响。孙韵韵等^[17]通过考虑轧制界面粗糙形貌的影响建立了垂直方向的非线性动力学模型,分析了轧制界面粗糙形貌对系统动力学响应特性的影响。在轧机轧辊的水平方向上,轧机壳体与轴承座之间存在间隙,并且由于轧辊的磨损和偏心,当轧机轧辊振动时,轴承座将冲击轧机壳体,从而改变水平轧辊之间的接触刚度,从而影响轧机的平稳运行。连轧机在轧制过程中,常发生水平振动和垂直振动,这些因素相互作用并相互耦合^[18]。但是,由于动态轧制过程中模型的摩擦因数通常为一个常数,因此,缺乏同时考虑动态轧制过程模型和非线性摩擦的轧机耦合振动研究。针对上述问题,本文考虑轧制界面非线性摩擦力因素的影响,建立了振动情况下垂直和水平方向的动态轧制力模型,并考虑轧辊偏心的影响,建立了垂直-水平耦合非线性振动模型。采用多尺度法得到了轧机垂直-水平耦合振动的主共振幅频特性方程,分析了线性和非线性阻尼系数、非线性刚度系数以及轧辊偏心力对系统的幅频特性的影响,运用奇异性理论探讨了系统非自治情况下的分岔特性,最后设计了线性和非线性复合作用的时滞反馈控制器对主共振进行控制,并通过数值仿真验证了控制器设计的可行性。

1 轧机垂直-水平耦合振动动力学模型

1.1 轧辊偏心对轧机振动的影响

当轧机轧辊出现偏心时,由此产生的轧辊偏心力对轧辊的影响不容忽视。轧辊偏心现象示意图如图 1a

所示,轧辊理论旋转中心 O_1 与实际旋转中心 O_2 不重合,导致偏心距 e' 的出现。同时在生产过程中,轴承损坏或轧辊表面磨损不均等因素会进一步造成偏心距的增大。当轧辊旋转时,轧辊的不对称性导致了质量分布的不均匀,由于离心效应,质量分布不同的部分将受到不同大小的向外推的力,这导致轧辊整体上受到一个向离心方向的不均衡力,如图 1b 所示,其中, F_L 为轧辊偏心力, w_B 为轧辊转速, t 为时间。

轧辊偏心力 F_L 可以表示为:

$$F_L = m_1 e' w_B^2 \quad (1)$$

式中: m_1 为上轧辊等效质量。

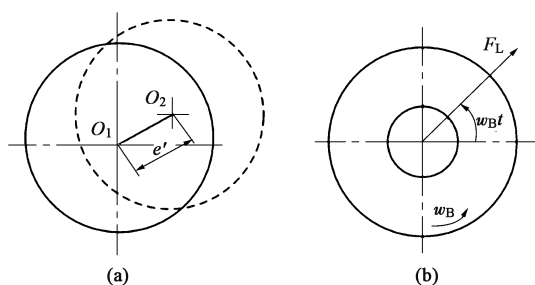


图 1 轧辊偏心现象示意图

(a) 轧辊偏心现象 (b) 轧辊偏心力

Fig. 1 Schematic diagrams of roller eccentricity phenomenon

(a) Phenomenon of roller eccentricity (b) Roller eccentricity force

轧辊偏心力在水平方向的等效作用力 F_v 可表示为:

$$F_v = m_1 e' w_B^2 \cos(w_B t + \varphi_0) \quad (2)$$

式中: φ_0 为初始相位角。

1.2 考虑非线性摩擦因素的动态轧制力公式

当轧机产生振动时,轧件受力变形过程如图 2 所示。其中, R 为轧辊半径, H' 为轧件入口厚度, h 为轧件出口厚度, x_c 为上下轧辊水平振动位移, y_c 为上下轧辊垂直振动位移, σ_f 和 σ_b 分别为轧件的

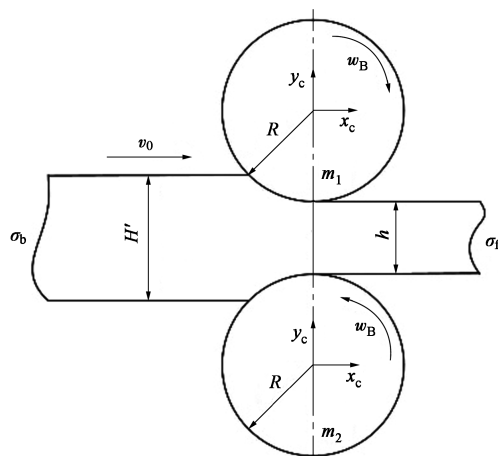


图 2 动态轧制过程中轧件受力变形模型

Fig. 2 Deformation model of force on rolled parts in dynamic rolling process

来表示轧机的非线性刚度, k_1 和 c_1 与 k_2 和 c_2 分别为轧辊和上、下机架之间的刚度和阻尼; k_3 和 c_3 与 k_4 和 c_4 分别为轧辊和上、下立柱之间的刚度和阻尼。

根据 Lagrange 原理, 轧辊在垂直方向上的动力学平衡方程为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_c + c_1 \dot{y}_c + (k_{11} + k_{12} y_c^2)(y_c + y_0) = F \\ m_2 \ddot{y}_c + c_2 \dot{y}_c - (k_{21} + k_{22} y_c^2)(y_c + y_0) = -F \end{cases} \quad (12)$$

式中: k_{11} 和 k_{12} 分别为轧辊与上机架的静态和动态刚度; k_{21} 和 k_{22} 分别为轧辊与下机架的静态和动态刚度; y_0 为轧制时轧辊垂直方向的平衡点。

由于轧机结构和振动的对称性, 存在 $m_1 = m_2$ 、 $c_1 = c_2$ 、 $k_1 = k_2$ 。同时, 当稳态轧制时, 存在 $y_c = 0$ 、 $\dot{y}_c = 0$ 、 $\ddot{y}_c = 0$, 可得到如下平衡方程:

$$(k_{11} + k_{12} y_c^2) y_0 = F(\dot{x}_c, y) \quad (13)$$

将式 (13) 的平衡条件代入式 (12), 得到垂直方向的非线性动力学方程为:

$$m_1 \ddot{y}_c + c_1 \dot{y}_c + (k_{11} + k_{12} y_c^2) y_c = \Delta F \quad (14)$$

在轧制过程中, 工作辊和轧件的接触面可以近似为平面, 因此, 在忽略了轧辊与轧件在垂直方向的摩擦力且稳态轧制时, 轧辊偏心力不会影响系统稳定, 轧辊偏心力初始相位角 $\varphi_0 = 0$ 。在此基础上构造轧件水平方向振动的动力学平衡方程:

$$m_1 \ddot{x}_c + c_3 \dot{x}_c + (k_{31} + k_{32} x_c^2) x_c = \Delta F_f + F_v \quad (15)$$

式中: k_{31} 和 k_{32} 分别为轧辊与上立柱之间的静态和动态刚度。

联立式 (14) 和式 (15), 可得到轧机垂直-水平耦合振动非线性动力学方程:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_c + c_1 \dot{y}_c + (k_{11} + k_{12} y_c^2) y_c = I_1 \dot{x}_c + I_2 y + I_3 \dot{x}_c^2 + I_4 y^2 + I_5 \dot{x}_c^3 + I_6 y^3 \\ m_1 \ddot{x}_c + c_3 \dot{x}_c + (k_{31} + k_{32} x_c^2) x_c = b_0(I_1 \dot{x}_c + I_2 y + I_3 \dot{x}_c^2 + I_4 y^2 + I_5 \dot{x}_c^3 + I_6 y^3) + I_0(b_1 \dot{x}_c + b_2 \dot{x}_c^2) + F_L \cos(w_B t) \end{cases} \quad (16)$$

2 主共振特性分析

对耦合振动方程简化并进行无量纲化处理, 可

$$\text{令: } y_1 = \frac{y_c}{Q}, \quad t^* = \frac{t}{T}, \quad w_{10}^2 = \frac{k_{11} - 2I_2}{m_1}, \quad \alpha_1 = \frac{c_1 T}{m_1}, \quad \beta_1 = \frac{I_1 C T}{m_1 Q}, \quad \delta_1 = \frac{(8I_6 - k_{12}) Q^2 T^2}{m_1}, \quad \eta_1 = \frac{I_3 C^2 T}{m_1 Q}, \quad \gamma_1 = \frac{4I_4 Q T^2}{m_1},$$

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{I_5 C^3}{m_1 T Q}; \quad x_1 = \frac{x_c}{C}, \quad w_2 = \frac{w_B}{w_{20}}, \quad w_{20}^2 = \frac{k_{31}}{m_1}, \quad \mu_2 = \frac{k_{32} C^2 T^2}{m_1}, \\ F_2 &= \frac{F_L T^2}{m_1}, \quad \alpha_2 = \frac{(b_0 I_1 + I_0 b_1 - c_3) T}{m_1}, \quad \beta_2 = \frac{2b_0 I_2 Q T^2}{m_1 C}, \\ \eta_2 &= \frac{(b_0 I_3 + I_0 b_2) Q^2 T}{m_1 C}, \quad \gamma_2 = \frac{4b_0 I_4 Q T^2}{m_1 C}, \quad \zeta_2 = \frac{b_0 I_5 C^2}{m_1 T}, \\ \delta_2 &= \frac{8b_0 I_6 Q^3 T^2}{m_1 C}. \end{aligned}$$

其中, Q 、 C 为振幅, T 为时间量纲, w_{10} 、 w_{20} 为参数频率, w_2 为轧辊偏心作用引起的激振频率参数。

此时轧机辊系垂直-水平耦合振动方程可以写为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 + w_{10}^2 y_1 = -\alpha_1 \dot{y}_1 + \beta_1 \dot{x}_1 + \eta_1 \dot{x}_1^2 + \gamma_1 y_1^2 + \zeta_1 \dot{x}_1^3 + \delta_1 y_1^3 \\ \dot{x}_1 + w_{20}^2 x_1 = F_2 \cos(w_2 t^*) - \mu_2 x_1^3 + \alpha_2 \dot{x}_1 + \beta_2 y_1 + \eta_2 \dot{x}_1^2 + \gamma_2 y_1^2 + \zeta_2 \dot{x}_1^3 + \delta_2 y_1^3 \end{cases} \quad (17)$$

采用多尺度法对耦合振动方程进行求解, 引入摄动参数 ε , 式 (17) 改写为:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 + w_{10}^2 y_1 = \varepsilon(-\alpha_1 \dot{y}_1 + \beta_1 \dot{x}_1 + \eta_1 \dot{x}_1^2 + \gamma_1 y_1^2 + \zeta_1 \dot{x}_1^3 + \delta_1 y_1^3) \\ \dot{x}_1 + w_{20}^2 x_1 = \varepsilon[F_2 \cos(w_2 t^*) - \mu_2 x_1^3 + \alpha_2 \dot{x}_1 + \beta_2 y_1 + \eta_2 \dot{x}_1^2 + \gamma_2 y_1^2 + \zeta_2 \dot{x}_1^3 + \delta_2 y_1^3] \end{cases} \quad (18)$$

引入两种时间尺度 $T_0 = t$, $T_1 = \varepsilon t$, 对时间 t 的导数可以写为:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots \\ \frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \end{cases} \quad (19)$$

式中: $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$, $n=0, 1, \dots$ 。

运用多尺度求解方程组, 只讨论一次近似解, 设方程的解为:

$$\begin{cases} y_1 = y_{10}(T_0, T_1) + \varepsilon y_{11}(T_0, T_1) \\ x_1 = x_{10}(T_0, T_1) + \varepsilon x_{11}(T_0, T_1) \end{cases} \quad (20)$$

式中: y_{10} 和 y_{11} 、 x_{10} 和 x_{11} 分别为 y_1 和 x_1 的两个解。

将式 (20) 代入式 (18) 中, 同时引入式 (21), 并合并 ε 阶次相同项, 可以得到:

$$\begin{cases} D_0^2 y_{10} + w_{10}^2 y_{10} = 0 \\ D_0^2 x_{10} + w_{20}^2 x_{10} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} D_0^2 y_{11} + w_{10}^2 y_{11} = -2D_0 D_1 y_{10} - \alpha_1 D_0 y_{10} + \beta_1 D_0 x_{10} + \\ \eta_1 (D_0 x_{10})^2 + \gamma_1 y_{10}^2 + \zeta_1 (D_0 x_{10})^3 + \delta_1 y_{10}^3 + cc \\ D_0^2 x_{11} + w_{20}^2 x_{11} = -2D_0 D_1 x_{10} - \mu_2 x_{10}^3 + \alpha_2 D_0 x_{10} + \\ \beta_2 y_{10} + \eta_2 (D_0 x_{10})^2 + \gamma_2 y_{10}^2 + \zeta_2 (D_0 x_{10})^3 + \\ \delta_2 y_{10}^3 + F_2 \cos(w_2 t^*) + cc \end{cases} \quad (22)$$

式中: cc 为等式中前面所有项的共轭。

设零次项方程组式 (21) 的解为:

$$\begin{cases} y_{10} = A(T_1) e^{i w_{10} T_0} + \bar{A}(T_1) e^{-i w_{10} T_0} \\ x_{10} = B'(T_1) e^{i w_{20} T_0} + \bar{B}'(T_1) e^{-i w_{20} T_0} \end{cases} \quad (23)$$

式中: \bar{A} 和 \bar{B}' 分别为复函数 A 和 B' 的共轭复数。

将式 (23) 代入式 (22) 中, 并记 $w_2 = w_{20} + \varepsilon \sigma_2$, 其中 σ_2 为调谐参数, 消除久期项可得:

$$\begin{cases} -2D_1 A i w_{10} - \alpha_1 A i w_{10} + 3\delta_1 A^2 \bar{A} = 0 \\ -2D_1 B' i w_{20} - 3\mu_2 B'^2 \bar{B}' + \alpha_2 B' i w_{20} + \\ 3\zeta_2 B'^2 \bar{B}' i w_{20} + \frac{1}{2} F_2 e^{i \sigma_2 T_1} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

为了求解方程, 引入复函数 A 、 B' 的极坐标形式:

$$A = \frac{1}{2} a(T_1) e^{i \varphi_1(T_1)} \quad (25)$$

$$B' = \frac{1}{2} b(T_1) e^{i \varphi_2(T_1)} \quad (26)$$

式中: a 、 b 、 φ_1 、 φ_2 均为时间尺度 T_1 的函数。

引入中间变量 θ_2 , 定义 $\theta_2 = \varphi_2 - \sigma_2 T_1$, 将 A 、 B' 、 a 、 b 、 φ_1 、 φ_2 和 θ_2 代入式 (24) 中, 令等式两边的实部和虚部系数相等, 可得:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{1}{2} \alpha_1 a \\ a \dot{\varphi}_1 = -\frac{3}{8} \delta_1 a^3 \\ \dot{b} = \frac{1}{2} \alpha_2 b + \frac{3}{8} \zeta_2 w_{20}^2 b^3 - \frac{1}{2 w_{20}} F_2 \sin \theta_2 \\ b \dot{\varphi}_2 = \frac{3}{8} \mu_2 b^3 - \frac{1}{2 w_{20}} F_2 \cos \theta_2 \end{cases} \quad (27)$$

当轧制系统在稳定周期运转时, 存在 $\dot{a} = \dot{b} = 0$, $\dot{\varphi}_2 = \sigma_2$, 消去式 (27) 的 θ_2 从而得到主共振的幅频特性曲线方程:

$$F_2^2 = \left(\frac{3}{4} \mu_2 b^3 - 2 w_{20} b \sigma_2 \right)^2 + \left(\alpha_2 w_{20} b + \frac{3}{4} \zeta_2 w_{20}^3 b^3 \right)^2 \quad (28)$$

式 (28) 为受到轧辊偏心影响下的耦合主共振幅频特性方程, 由方程可以看出 F_2 、 μ_2 、 α_2 、 ζ_2 对方程有直接的影响, 通过改变方程参数便可分析出不同参数变化对系统的影响。

以某厂 1780 热连轧机为例, 其实际的工艺、结构和力能参数如表 1 所示。

表 1 轧机系统主要参数

Table 1 Main parameters of rolling mill system

参数	数值
m_1/kg	1.44×10^5
e'/m	6×10^{-3}
$k_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	2.08×10^{10}
$k_3/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	6.28×10^6
$c_1/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	1.04×10^6
$c_3/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	5.20×10^3
U/m	1.5
H'/m	0.0141
H_0/m	0.0145
h/m	0.0082
$v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	2.5
σ_t/MPa	3.8
σ_b/MPa	5.5

该热轧线的基本工艺流程可以简述为: 板坯经过加热炉加热, 通过粗除鳞箱清除钢坯表面的氧化铁皮, 再进入粗轧机组进行轧制得到中间坯, 中间坯进入精轧机进行水冷却, 最后将成品带钢进行检测后进入卷取机进行卷取。

主要设备包括: 加热炉、粗轧除鳞箱、立辊轧机、粗轧机组、精轧机组、卷取机。

主要产品品种包括: 碳素结构钢、低合金高强度结构钢等。

如图 4a 所示, 随着非线性刚度 μ_2 的增大, 幅值没有改变, 但是脊骨线逐渐向右弯曲, 系统跳跃现象变得更加明显; 如图 4b 所示, 随着线性阻尼 α_2 的增大, 主共振响应曲线的最大共振点下移, 振幅减小, 共振域缩小, 但系统的脊骨线未发生偏移和弯曲; 如图 4c 所示, 非线性阻尼 ζ_2 对系统的影响和线性阻尼 α_2 类似, 均只改变系统的振动幅值, 不改变系统曲线的弯曲程度; 如图 4d 所示, 轧辊偏心力 F_2 的改变, 会影响主共振响应曲线的振动幅度和振动区域, 随着 F_2 的增大, 振幅变化明显, 系统变得更加不稳定, 主共振现象变得更加明显。因此, 可以通过调节系统参数和轧辊偏心力的大小来减小对主共振的影响。

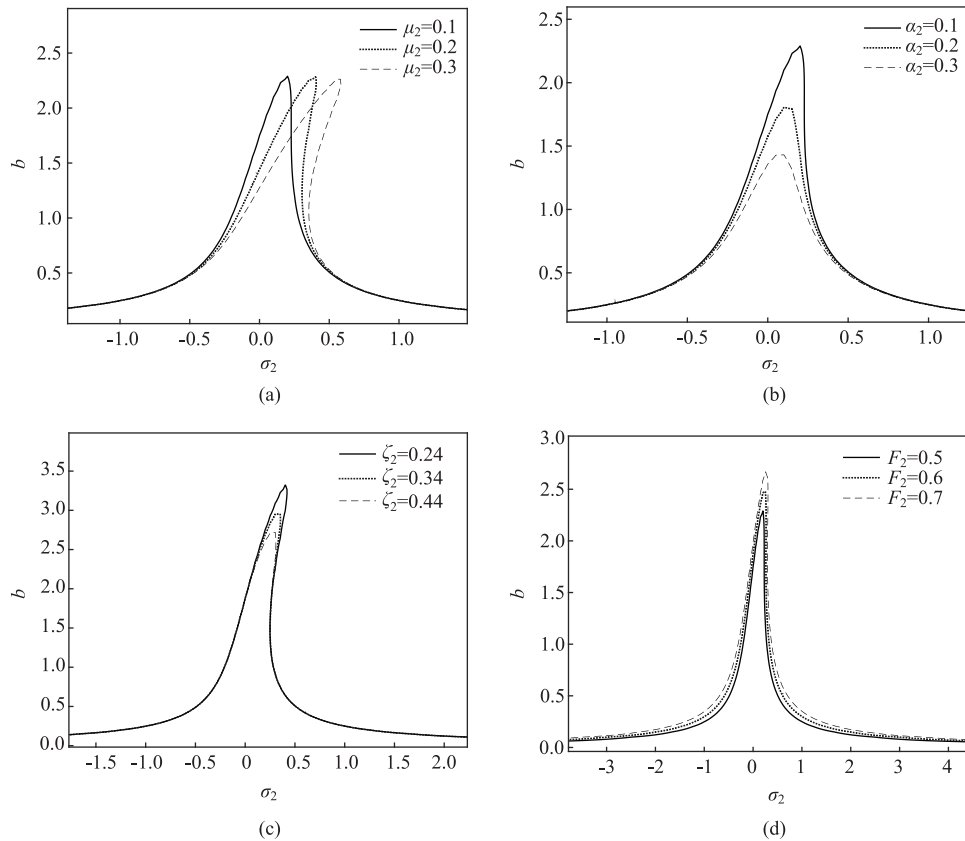


图 4 不同参数变化对主共振幅频特性的影响

(a) μ_2 (b) α_2 (c) ζ_2 (d) F_2

Fig. 4 Effects of different parameter variations on amplitude-frequency characteristics of main resonance

3 轧机耦合振动系统分岔特性

通过奇异性理论和普适开折理论可以研究非自治系统在一般扰动下静态分岔解的结构和性质,并对所涉及的分岔类型进行分类。

将式 (28) 展开, 可得:

$$b^6 + mb^4 + lb^2 - p = 0 \quad (29)$$

式中: m 、 l 为开折参数, $m = \frac{24\zeta_2 w_{20}^4 - 48\mu_2 w_{20} \sigma_2}{9(\zeta_2^2 w_{20}^6 + \mu_2^2)}$,

$$l = \frac{64w_{20}^2 \sigma_2^2 + 16\alpha_2^2 w_{20}^2}{9(\zeta_2^2 w_{20}^6 + \mu_2^2)}; p \text{ 为分岔参数, } p =$$

$$\frac{16F_2^2}{9(\zeta_2^2 w_{20}^6 + \mu_2^2)}.$$

考虑到响应系统中有零解的存在, 则式 (29) 可以变形为:

$$b^7 + mb^5 + lb^3 - pb = 0 \quad (30)$$

式中: 根据奇异性理论, 式 (30) 是范式 $b^7 - pb = 0$ 的普适开折, 其余维数为 2, 根据转迁集定义可知:

(1) 分岔点集: $B = \{\Phi\}$, Φ 为空集;

(2) 滞后点集: $H = \{l = \frac{m^2}{3}, m \leq 0\}$;

(3) 双极限点集: $D = \{l = \frac{m^2}{4}, m \leq 0\}$;

(4) 转迁集: $\Sigma B \cup H \cup D$ 。

系统转迁集将整个开折平面 $m-l$ 分为 6 个区域 (I、II、III、IV、V 和 VI), 如图 5 所示。

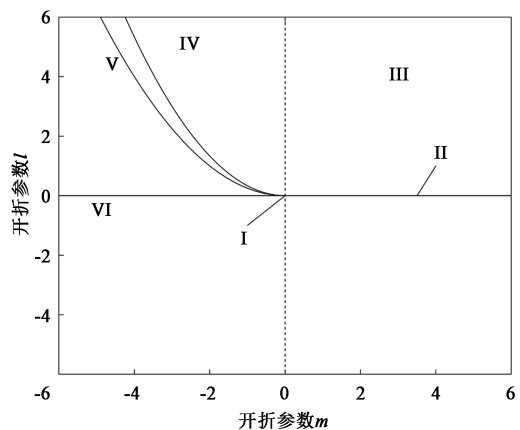


图 5 转迁集区域分布示意图

Fig. 5 Schematic diagram of region distribution for translocation set

可以看出, 在同一区域内, 分岔曲线的形状相似, 拓扑结构等价, 不同的区域有不同的拓扑结构。

图6为转迁集中各临界点和区域的分岔拓扑结构, 图6中的6种分岔模式显示了轧机非自治系统

全部的分岔信息。可以看到, 系统具有丰富的静态分岔行为, 在不同的开折参数 m 和 l 的影响下, 系统表现出不同形式的振动状态, 因此, 在轧机设计和改造过程中, 可以通过控制开折参数 m 和 l 使系统保持在一个稳定可控的状态。

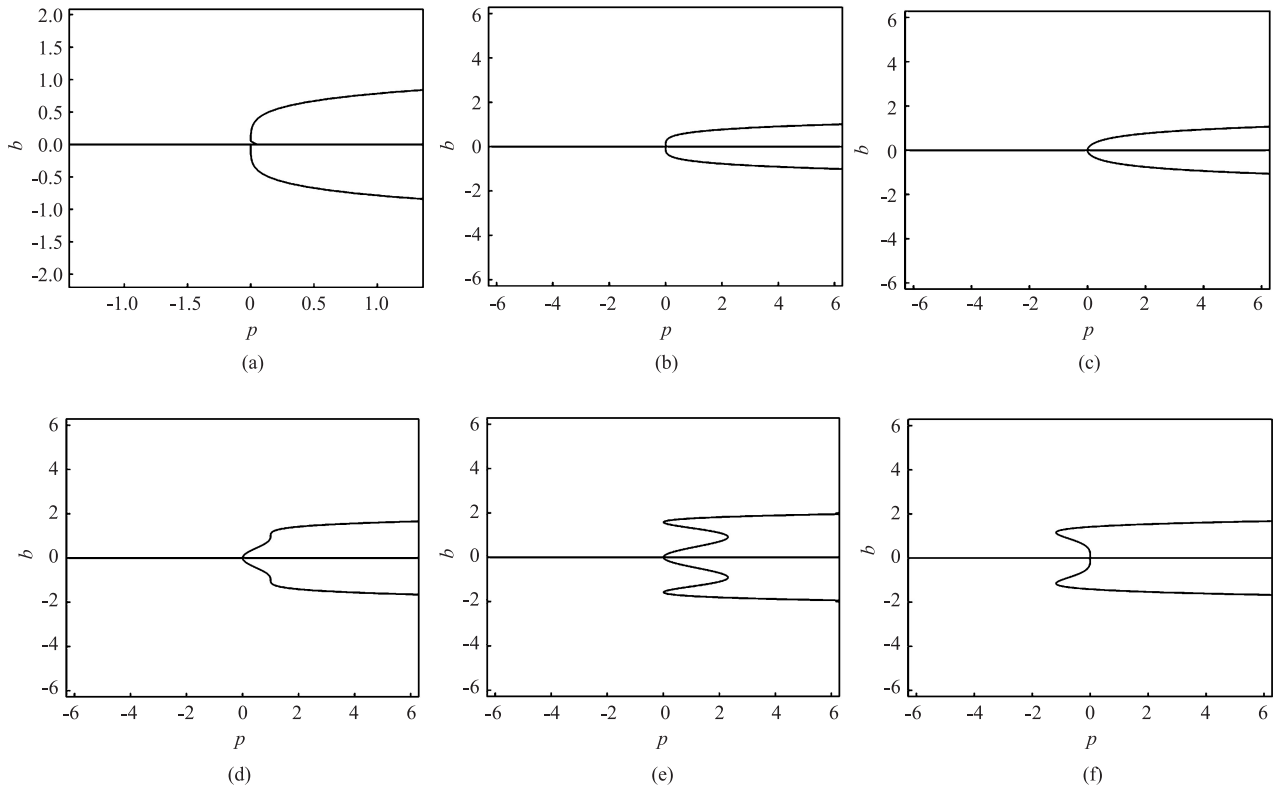


图6 分岔曲线拓扑结构

(a) 区域 I (b) 区域 II (c) 区域 III (d) 区域 IV (e) 区域 V (f) 区域 VI

Fig. 6 Topological structures of bifurcation curves

(a) Region I (b) Region II (c) Region III (d) Region IV (e) Region V (f) Region VI

4 轧机耦合振动主共振时滞控制

轧制过程是一个非线性滞后系统, 当轧辊偏心力发生变化时, 轧机的振动响应可能不会立即跟随, 而是在一段时间后会发生变化。这种滞后效应是由于轧机结构的柔度、惯性以及材料的弹性等因素引起的。当外部因素引起轧辊偏心时, 由于轧辊结构的柔度, 轧辊并不会立即产生相应的位移或力的变化, 而是会有一定的延迟。同时, 轧件通过轧机时, 轧辊对其施加的力会引起轧件的变形, 而轧件的弹性特性会使其对轧辊施加的反作用力也不立即产生, 因此, 会导致接触面的非线性阻尼和刚度产生时滞特性。

时滞反馈控制方法是研究非线性系统分岔控制的有效方法之一^[20]。通过设计一种线性和非线性时

滞联合作用下的反馈控制器来对轧机耦合辊系的主共振响应进行控制, 从而消除轧机辊系的跳跃、滞后现象。设含有线性和非线性时滞联合作用的反馈控制如下:

$$\varepsilon[x(t - \tau), x^3(t - \tau)] = \varepsilon[g_1 x(t - \tau_1) + g_2 x^3(t - \tau_2)] \quad (31)$$

式中: τ 、 τ_1 和 τ_2 为时滞反馈系数; g_1 为线性反馈增益系数; g_2 为非线性反馈增益系数。

则式(18)可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + w_{10}^2 y_1 = \varepsilon(-\alpha_1 \dot{y}_1 + \beta_1 \dot{x}_1 + \eta_1 x_1^2 + \gamma_1 y_1^2 + \zeta_1 x_1^3 + \delta_1 y_1^3) \\ \dot{x}_1 + w_{20}^2 x_1 = \varepsilon[F_2 \cos(w_2 t^*) - \mu_2 x_1^3 + \alpha_2 \dot{x}_1 + \beta_2 y_1 + \eta_2 x_1^2 + \gamma_2 y_1^2 + \zeta_2 x_1^3 + \delta_2 y_1^3 + g_1 x(t - \tau_1) + g_2 x^3(t - \tau_2)] \end{cases} \quad (32)$$

当 $g_1 = g_2 = 0$ 时, 系统为无控制系统。

依旧采用多尺度法对加入时滞反馈控制器后的系统进行分析,与上文的计算过程类似,分离久期项后得到式(33)。

$$\begin{cases} -2D_1 A i w_{10} - \alpha_1 A i w_{10} + 3\delta_1 A^2 \bar{A} = 0 \\ -2D_1 B' i w_{20} - 3\mu_2 B'^2 \bar{B}' + \alpha_2 B' i w_{20} + 3\zeta_2 B'^2 \bar{B}' i w_{20}^3 + \\ \frac{1}{2} F_2 e^{i\sigma_2 \tau_1} + \frac{1}{2} g_1 B' [\cos(w_{20} \tau_1) - i \sin(w_{20} \tau_1)] + \\ \frac{3}{8} g_2 B'^2 \bar{B}' [\cos(w_{20} \tau_2) - i \sin(w_{20} \tau_2)] = 0 \end{cases} \quad (33)$$

将 A 、 B' 的复数形式代入式(33),并分离实部与虚部,得到:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{1}{2} \alpha_1 a \\ a \dot{\phi}_1 = -\frac{3}{8 w_{10}} \delta_1 a^3 \\ \dot{b} = \frac{1}{2} \alpha_2 b + \frac{3}{8} \zeta_2 w_{20}^2 b^3 - \frac{1}{2 w_{20}} F_2 \sin \theta_2 - \frac{1}{2 w_{20}} \times \\ g_1 b \sin(w_{20} \tau_1) - \frac{3}{8 w_{20}} g_2 b^3 \sin(w_{20} \tau_2) \\ b \dot{\phi}_2 = \frac{3}{8 w_{20}} \mu_2 b^3 - \frac{1}{2 w_{20}} F_2 \cos \theta_2 - \frac{1}{2 w_{20}} g_1 b \times \\ \cos(w_{20} \tau_1) - \frac{3}{8 w_{20}} g_2 b^3 \cos(w_{20} \tau_2) \end{cases} \quad (34)$$

考虑到轧制系统处于稳态周期运动时,存在 $\dot{a} = \dot{b} = 0$ 、 $\dot{\phi}_2 = \sigma_2$,消去式(34)中的 θ_2 ,从而得到主共振时滞反馈幅频特性曲线方程:

$$F_2^2 = (-C'b + \frac{3}{4} D'b^3)^2 + (bE + \frac{3}{4} Gb^3)^2 \quad (35)$$

式中: $C' = 2w_{20}\sigma_2 + g_1 \cos(w_{20}\tau_1)$; $D' = \mu_2 - g_2 \cdot \cos(w_{20}\tau_2)$; $E = \alpha_2 w_{20} - g_1 \sin(w_{20}\tau_1)$; $G = \zeta_2 w_{20}^3 - g_2 \cdot \sin(w_{20}\tau_2)$ 。

如图7所示,当 $g_1 = g_2 = 0$ 时,即系统无时滞反馈,主共振幅频特性曲线存在分岔现象。通过改变时滞反馈系数以及反馈增益系数,可以对主共振振动幅值和共振域进行控制。经过对比发现,同时改变时滞反馈系数 (τ_1, τ_2) 和反馈增益系数 (g_1, g_2) 对系统的控制效果比两者单独调节的效果更明显,振幅以及共振域减小范围更大。

如图8所示,以反馈增益系数 g_1 和 g_2 为控制参数时,调节反馈增益系数不但影响系统的振幅还

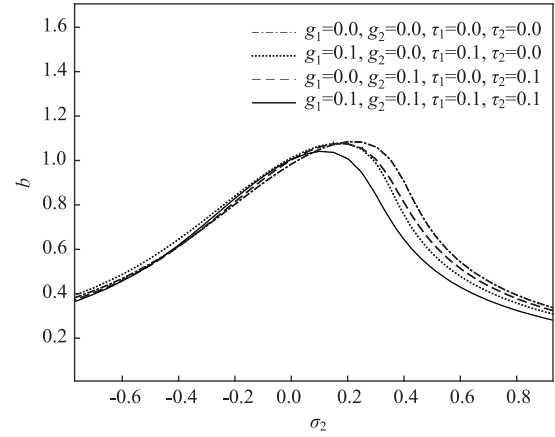


图7 主共振时滞控制曲线

Fig. 7 Main resonance time-lag control curves

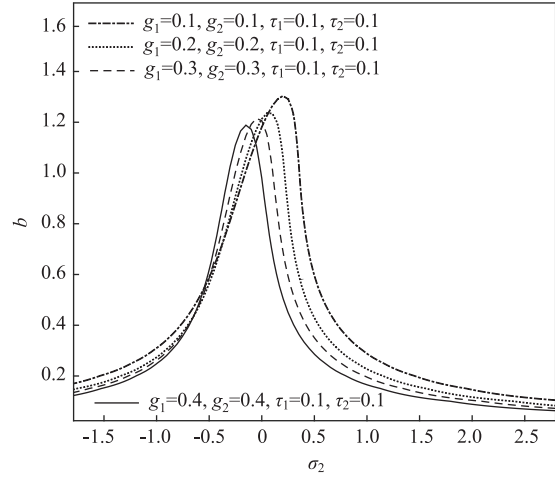


图8 不同反馈增益系数对系统的影响

Fig. 8 Influence of different feedback gain coefficients on system

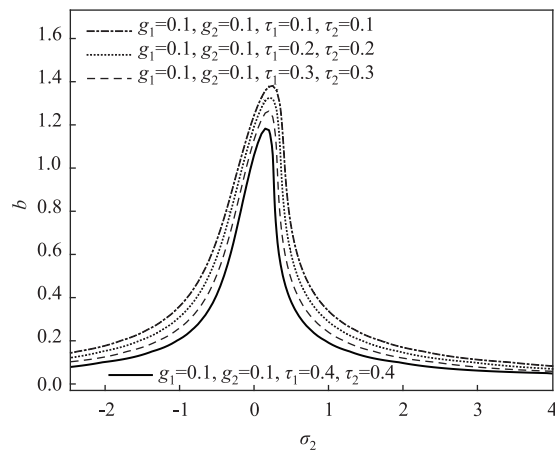


图9 不同时滞反馈系数对系统的影响

Fig. 9 Influence of different time-lag feedback coefficients on system

影响系统的弯曲程度,随着 g_1 和 g_2 的不断增大,振幅减小,共振域缩小,消除了曲线分岔。如图9所示,以时滞反馈系数 τ_1 和 τ_2 为控制参数,随着

τ_1 和 τ_2 的逐渐增大, 系统振动幅度减弱, 共振域减小, 但是系统的弯曲程度未改变。将图 8 和图 9 进行对比发现, 控制反馈增益系数的效果比控制时滞反馈系数的效果更好。从图 10 可以看出, 当反馈增益系数 $g_1 < 0$ 、 $g_2 < 0$ 时, 主共振现象未得到改善, 分岔现象仍然存在。在设计时滞控制器时要保证线性反馈增益系数 $g_1 > 0$, 非线性反馈增益系数 $g_2 > 0$ 。由上述论证可知, 可以通过同时调节时滞反馈系数和反馈增益系数设计时滞反馈控制器, 并以反馈增益系数为控制参数同时保证反馈增益系数大于 0, 从而达到控制主共振分岔现象的最佳效果。

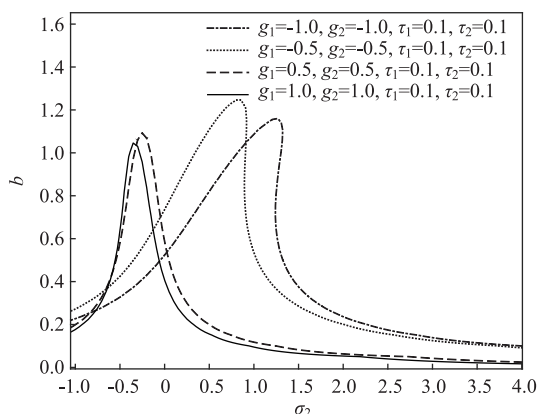


图 10 不同控制参数对系统的影响

Fig. 10 Influence of different control parameters on system

5 结论

(1) 在 Hill 轧制力计算公式的基础上, 引入非线性项, 并考虑了轧辊偏心和轧制界面非线性摩擦的影响, 建立了轧机垂直-水平耦合振动动力学模型; 采用多尺度法求解耦合振动系统的主共振幅频特性方程, 通过数值仿真分析了轧辊偏心力、线性和非线性阻尼系数以及非线性刚度系数变化对耦合主共振系统的影响; 并利用奇异性理论和普适开折理论分析了耦合系统的分岔特性; 设计了时滞反馈控制器来对耦合系统的主共振进行控制。

(2) 研究发现, 可以通过减小轧辊偏心力和非线性刚度, 增大线性和非线性阻尼来减小系统振动幅值, 增强稳定性。由轧机耦合系统分岔特性可知, 能够通过改变分岔参数和开折参数来提高系统的稳定性。设计的时滞反馈控制器能通过调节时滞反馈系数来降低系统的最大共振点, 调节反馈增益系数来改变系统曲线的弯曲程度, 避免分岔现象的发生。通过数值仿真验证了当线性反馈增益系数 $g_1 > 0$ 、非

线性反馈增益系数 $g_2 > 0$ 时, 时滞反馈控制器可以对主共振现象进行抑制, 为减小轧辊偏心力对系统的影响提供了一定的理论指导。

参考文献:

- [1] 田学伯. 我国窄带钢生产现状及发展趋势 [J]. 机械设计, 2018, 35 (S1): 276-278.
Tian X B. Production status and development trend of narrow strip steel in China [J]. Journal of Machine Design, 2018, 35 (S1): 276-278.
- [2] 康永林. “十三五”中国轧钢技术进步及展望 [J]. 钢铁, 2021, 56 (10): 1-15.
Kang Y L. China steel rolling technology progress in the 13th five-year plan and prospect [J]. Iron and Steel, 2021, 56 (10): 1-15.
- [3] 曹建国, 江军, 邱澜, 等. 新一代高技术宽带钢冷轧机全机组一体化板形控制 [J]. 中南大学学报 (自然科学版), 2019, 50 (7): 1584-1591.
Cao J G, Jiang J, Qiu L, et al. High precision integrated profile and flatness control for new-generation high-tech wide strip cold rolling mills [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50 (7): 1584-1591.
- [4] 曹建国, 宋纯宁, 孙磊, 等. 新一代高技术宽带钢冷轧机电工钢高精度板形控制研究进展 [J]. 塑性工程学报, 2024, 31 (4): 131-142.
Cao J G, Song C N, Sun L, et al. Research progress on high precision profile contour and flatness control of electrical steel for new generation of high-tech wide strip rolling mills [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2024, 31 (4): 131-142.
- [5] 杨志刚, 郭德福, 徐浩森. 2250 mm 热连轧高强薄规格轧制稳定性分析及控制 [J]. 轧钢, 2020, 37 (4): 81-85.
Yang Z G, Guo D F, Xu H M. Analysis of rolling stability of high strength and thin gauge strip in 2250 mm hot rolling mill [J]. Steel Rolling, 2020, 37 (4): 81-85.
- [6] 黄金磊, 臧勇, 郜志英. 工艺参数对热轧机振动固有特性影响分析 [J]. 钢铁, 2021, 56 (2): 93-98, 109.
Hang J L, Zang Y, Gao Z Y. Influence of process parameters on vibration natural characteristics of hot rolling mill [J]. Iron and Steel, 2021, 56 (2): 93-98, 109.
- [7] 张义方, 何成, 崔立, 等. 轧件激励诱发 CSP 轧机振动问题研究 [J]. 振动与冲击, 2023, 42 (20): 222-229.
Zhang Y F, He C, Cui L, et al. Research on vibration of a CSP rolling mill induced by workpiece excitation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42 (20): 222-229.
- [8] 齐杰斌. 多源激励的冷连轧机耦合振动研究 [D]. 北京: 北京科技大学, 2023.
Qi J B. Study on Coupled Vibration of Cold Rolling Mill with Multi-source Excitation [D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2023.

- [9] 和东平, 王涛, 刘元铭, 等. 板带轧机振动理论研究进展 [J]. 机械工程学报, 2024, 60 (7): 93-113.
- He D P, Wang T, Liu Y M, et al. Review of theoretical studies on vibration in strip rolling mill [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60 (7): 93-113.
- [10] Qian C, Xu J J, Hua C C, et al. Modeling and vertical torsional coupling vibration control of the rolling mill with full state constraints [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32 (9): 5501-5519.
- [11] Liu S, Shi Y T, Zhang Y P, et al. Bifurcation characteristics of torsional-horizontal coupled vibration of rolling mill system [J]. Journal of Vibroengineering, 2017, 19 (3): 2188-2201.
- [12] Zeng L Q, Zang Y, Gao Z Y. Hopf bifurcation control for rolling mill multiple-mode-coupling vibration under nonlinear friction [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2017, 139 (6): 061015.
- [13] Hou D X, Xu L, Shi P M. Vertical-horizontal coupling nonlinear vibration characteristics of rolling mill under mixed lubrication [J]. Journal of Iron and Steel Research International, 2021, 28 (5): 1-12.
- [14] 黄金磊, 臧勇, 郜志英. 热轧过程中摩擦系数非对称性对轧机振动及稳定性的影响 [J]. 工程科学学报, 2019, 41 (11): 1465-1472.
- Huang J L, Zang Y, Gao Z Y. Influence of friction coefficient asymmetry on vibration and stability of rolling mills during hot rolling [J]. Chinese Journal of Engineering, 2019, 41 (11): 1465-1472.
- [15] 钱长照, 唐驾时. 一类非自治时滞反馈系统的分岔控制 [J]. 物理学报, 2006 (2): 617-621.
- Qian C Z, Tang J S. Bifurcation control for a non-autonomous system with two time delays [J]. Acta Physica Sinica, 2006 (2): 617-621.
- [16] 赵艳影, 徐鉴. 利用时滞反馈控制自参数振动系统的振动 [J]. 力学学报, 2011, 43 (5): 894-904.
- Zhao Y Y, Xu J. Using the delayed feedback to control the vibration of the auto-parametric dynamical system [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2011, 43 (5): 894-904.
- [17] 孙韵韵, 肖会芳, 徐金梧. 考虑轧制界面粗糙形貌的轧机辊系非线性振动特性研究 [J]. 振动与冲击, 2017, 36 (8): 113-120.
- Sun Y Y, Xiao H F, Xu J W. Nonlinear vibration characteristics of a rolling mill system considering the roughness of rolling interface [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36 (8): 113-120.
- [18] Peng R R, Zhang X Z, Shi P M. Coupled vibration behavior of hot rolling mill rolls under multilinear effects [J]. Shock and Vibration, 2020 (6): 1-14.
- [19] 侯东晓, 彭荣荣, 刘浩然. 变摩擦力下板带轧机辊系垂直-水平耦合振动特性 [J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2013, 34 (11): 1615-1619.
- Hou D X, Peng R R, Liu H R. Vertical-horizontal coupling vibration characteristics of strip mill rolls under the variable friction [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2013, 34 (11): 1615-1619.
- [20] 唐驾时, 符文彬, 钱长照, 等. 非线性系统的分岔控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- Tang J S, Fu W B, Qian C Z, et al. Bifurcation Control of Nonlinear Systems [M]. Beijing: Science Press, 2016.

(上接第 177 页)

- Li M, Yin H J, Gu C B. Study on forming quality and mechanical properties for self-piercing riveting of die-cast aluminum and high-strength steel [J]. Forging & Stamping Technology, 2023, 48 (11): 87-94.
- [14] 罗国健, 顾成波, 于万元, 等. 工艺参数对钢-铝板材自冲铆接头成形和性能的影响 [J]. 锻压技术, 2023, 48 (12): 48-56.
- Luo G J, Gu C B, Yu W Y, et al. Influence of process parameters on forming and performance for steel-aluminum sheet self-piercing riveted joints [J]. Forging & Stamping Technology, 2023, 48 (12): 48-56.
- [15] 申仲达. 铝合金车身自冲铆工艺与力学性能研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2018.
- Shen Z D. Study on Self-piercing Riveting and Mechanical Properties of Aluminum Alloy Body [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2018.
- [16] 王鹏, 夏广明, 张义和, 等. 铝板自冲铆接头性能影响因素及失效模式研究 [J]. 汽车工艺与材料, 2022 (10): 1-6.
- Wang P, Xia G M, Zhang Y H, et al. Study on influence factors and failure modes of self piercing riveted joint of aluminum sheet [J]. Automotive Technology & Materials, 2022 (10): 1-6.
- [17] 符平坡, 丁华, 曾祥瑞, 等. 碳纤维复合材料-铝合金自冲铆接头成形规律及力学性能 [J]. 复合材料学报, 2023, 40 (8): 4517-4530.
- Fu P P, Ding H, Zeng X R, et al. Forming law and mechanical property of carbon fiber reinforced plastics and aluminum alloy self-piercing riveted joint [J]. Acta Materialiae Compositae Sinica, 2023, 40 (8): 4517-4530.
- [18] 谢奇. 钢铝混合自冲铆接头成形工艺数值仿真分析与接头强度预测 [D]. 长沙: 湖南大学, 2022.
- Xie Q. Numerical Simulation Analysis and Joint Strength Prediction of Steel and Aluminum Mixed Self-piercing Riveting Forming Process [D]. Changsha: Hunan University, 2022.
- [19] 薛泽刚, 王 XY, 徐 CC, 等. 等效表征预应变材料性能及力学行为预测的钢/铝自冲铆接头 [J]. Thin-Walled Structures, 2023, 182: 110243.